TRẦN QUANG PHÚ - HUỲNH THỊ SANG

351 bài tập Vật lí 11

NÂNG CAO

TỰ LUẬN VÀ TRẮC NGHIỆM

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

BÙI NGỌC ANH

450

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

GIẢI TÍCH

CÓ LỜI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

CHƯƠNG TRÌNH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LỜI MỞ ĐẦU

Như vậy là việc thi tuyển sinh bằng phương pháp TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN các môn thi đang đến gần. Vấn đề còn lại của các thí sinh là thời gian và việc chuẩn bị.

Có thể dự đoán là một bộ đề thi trắc nghiệm cho một môn thi sẽ có khoảng 50 câu và thời gian làm bài là khoảng 90 phút : Sẽ có khoảng trên 60 giây cho việc tính toán để quyết định chọn câu trả lời. Trong lần thi đầu tiên, chắc chắn không thể tránh khỏi sự lúng túng cho các thí sinh.

Vì vậy tự luyện tập trước giải các bài tập trắc nghiệm là việc làm rất cần thiết và rất cấp bách.

Làm thế nào trong khoảng thời gian rất ngắn có thể quyết định chọn xong câu trả lời ?

Báo chí và những người có trách nhiệm đã nói rõ : Chương trình thi sẽ rải đều trong cả cấp học và không thể đoán "tủ".

Tuy nhiên, việc làm của thí sinh khi nhận được bài thi trong tay là bình tĩnh, tự tin, chọn câu dễ làm trước. Không nên nghĩ rằng có thể thu nhận được thông tin từ những người thi xung quanh : Các đáp án đúng sai trong từng bài thi cũng được máy tính xáo trộn.

Hãy cảm nhận và bằng các kĩ năng đã được luyện tập qua quá trình học, tính toán nhanh (có thể chưa cần đi đến kết quả) để chọn câu cần chọn.

Hãy tập giải 1350 bài tập của bộ sách này, chọn câu đúng (hoặc sai) theo yêu cầu và tự kiểm tra qua phần đọc đáp án (phần II của mỗi cuốn sách).

Bộ sách này gồm 3 cuốn, mỗi cuốn 450 câu trắc nghiệm (có giải đáp chi tiết) được biên soạn theo chương trình môn Toán Trung học Phổ thông, hi vọng giúp các em học sinh ôn tập lại toàn bộ chương trình, luyện tập kĩ năng giải đề trắc nghiệm để bước vào thi tự tin và thành công.

Tháng 4 năm 2007

TÁC GIẢ

Phần 1

ĐỀ TOÁN

Chủ đề 1 : TẬP XÁC ĐỊNH

1. Hàm số $y = \log_2\left[\dfrac{x^2 - 3x - 10}{-x}\right]$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -2] \cup [0, 5]$ b. $(-\infty, 0] \cup [2, 5]$

c. $(-\infty, -2) \cup (0, 5)$ d. $(-\infty, 0) \cup (2, 5)$.

2. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - x - 20} + \sqrt{6 - x}$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -4) \cup (5, 6]$ b. $(-\infty, -4] \cup (5, 6)$

c. $(-\infty, -4] \cup [5, 6]$ d. $(-\infty, -4) \cup [5, 6)$.

3. Hàm số $y = \sqrt{\dfrac{7 - x}{\sqrt{4x^2 - 19x + 12}}}$ có tập xác định là :

a. $\left(-\infty, \dfrac{3}{4}\right] \cup [4, 7]$ b. $\left(-\infty, \dfrac{3}{4}\right) \cup [4, 7)$

c. $\left(-\infty, \dfrac{3}{4}\right] \cup (4, 7)$ d. $\left(-\infty, \dfrac{3}{4}\right) \cup (4, 7]$.

4. Hàm số $y = \sqrt{\dfrac{x^4 - 3x^2 + x + 7}{x^4 - 2x^2 + 1} - 1}$ có tập xác định là :

a. $[-2, -1) \cup (1, 3]$ b. $(-2, -1] \cup [1, 3)$

c. $[-2, 3] \setminus \{-1, 1\}$ d. $(-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 3)$.

5. Hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3\log_{64} x - 1}}{\sqrt[3]{2x - 11}}$ có tập xác định là :

a. $[4, +\infty)$ b. $\left(\dfrac{11}{2}, +\infty\right)$

c. $(4, +\infty) \setminus \left\{\dfrac{11}{2}\right\}$ d. $\left[4, \dfrac{11}{2}\right) \cup \left(\dfrac{11}{2}, +\infty\right)$.

6. Hàm số $y = \log_5(x^2 - 3x + 2) + \dfrac{1}{\sqrt{-x^2 + 4x + 5}}$ có tập xác định là :

a. $[-1, 1] \cup [2, 5]$ b. $(-1, 1) \cup (2, 5)$

c. $(-1, 1] \cup [2, 5)$ d. $[-1, 1) \cup (2, 5]$.

7. Hàm số $y = \sqrt{\log_{0,8}\dfrac{2x+1}{x+5} - 2}$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -5) \cup \left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{55}{34}\right)$ b. $\left(-\dfrac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \dfrac{55}{34}\right)$

c. $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{55}{34}\right]$ d. $\left[-\dfrac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \dfrac{55}{34}\right]$.

8. Hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \dfrac{x+1}{x-1}\right)}$ có tập xác định là :

a. $[2, +\infty)$ b. $(1, 2)$

c. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ d. $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$.

9. Hàm số $y = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-3} + x - 2}$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ b. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$

c. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty) \setminus \left\{\dfrac{7}{4}\right\}$ d. $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}, \dfrac{7}{4}\right)$.

10. Hàm số $y = \sqrt{\dfrac{1-5^x}{7^{-x}-7}}$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$ b. $(-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

c. $(-1, 0]$ d. $[-1, +\infty) \setminus \{0\}$.

11. Hàm số $y = \sqrt{4^x + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} - 2^{2(x-1)} - 52}$ có tập xác định là :

a. $[0, +\infty)$ b. $[1, +\infty)$ c. $[2, +\infty)$ d. $[3, +\infty)$.

12. Hàm số $y = \sqrt{x^2 + x - 2}\,.\log_3(9 - x^2)$ có tập xác định là :

a. $(-3, -2] \cup [1, 3)$ b. $[-3, -2) \cup (1, 3]$

c. $(-3, -2] \cup (1, 3]$ d. $(-3, -2) \cup (1, 3)$.

13. Hàm số $y = \sqrt{\log_2(x^2+2).\log_{(2-x)} 2 - 2}$ có tập xác định là :

a. $(1, +\infty)$ b. $[1, +\infty)$ c. $\left[0, \dfrac{1}{2}\right]$ d. $\left[\dfrac{1}{2}, 1\right)$.

14. Hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{2x-1}{x+1}}$ có tập xác định là :

a. $\left[\dfrac{1}{2}, 2\right]$ b. $\left(\dfrac{1}{2}, 2\right]$ c. $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ d. $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right)$.

15. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{\log_3(x^2 - 4)} + \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$ có tập xác định là :

a. $(2, 4)$ b. $(-\infty, -2) \cup (-1, 2)$

c. $[2, 4]$ d. $(2, 4] \setminus \{\sqrt{5}\}$.

16. Hàm số $y = \sqrt{\log_x(x^3 + 1).\log_{(x+1)} x - 2}$ có tập xác định là :

a. $(0, 2] \setminus \{1\}$ b. $[2, +\infty)$

c. $(-1, 2) \setminus \{1\}$ d. $(0, +\infty) \setminus \{1\}$.

17. Hàm số $y = \sqrt{\log_{(x-2)}(x^2 - 8x + 15)}$ có tập xác định là :

a. $[4 - \sqrt{2}, 3) \cup [4 + \sqrt{2}, +\infty)$ b. $(2, 3) \cup (5, +\infty)$

c. $[4 - \sqrt{2}, 5) \cup [4 + \sqrt{2}, +\infty)$ d. $(2, 3) \cup (4 + \sqrt{2}, +\infty)$.

18. Hàm số $y = \lg\left(\sqrt{8^{-2+\lg x}} - \sqrt[3]{4^{2-\lg x}}\right)$ có tập xác định là :

a. $x > 0$ b. $0 < x < 10$ c. $x \geq 10$ d. $x \geq 100$.

19. Hàm số $y = \lg\left(\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6\right)$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, 4) \cup (8, +\infty)$ b. $(0, 4) \cup (8, +\infty)$

c. $(4, 8)$ d. $(0, 2) \cup (3, +\infty)$.

20. Hàm số $y = \sqrt{(x^2 - 3x + 2).\log_{\frac{1}{2}}(x + 1)}$ có tập xác định là :

a. $(-1, 0) \cup (1, 2)$ b. $(0, 1) \cup (2, +\infty)$

c. $(-1, 1) \cup (2, +\infty)$ d. $(-1, 0] \cup [1, 2]$.

21. Hàm số $y = \sqrt{\dfrac{x^3}{|x|-2}}$ có tập xác định là :

a. $(-2, 0] \cup (2, +\infty)$ b. $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

c. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ d. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

22. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} \cos(\log_2 x)$ có tập xác định là :

a. $\left(2^{-\frac{\pi}{2}+k2\pi}, 2^{\frac{\pi}{2}+k2\pi}\right)$ b. $\left((2^{2k-\frac{1}{2}})^{\pi}, (2^{2k+\frac{1}{2}})^{\pi}\right)$

c. $\left(\left(\dfrac{2^{2k}}{\sqrt{2}}\right)^{\pi}, \left(2^{2k}.\sqrt{2}\right)^{\pi}\right)$ d. $\left(\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\pi}, \left(\sqrt{2}\right)^{\pi}\right)$

Hãy tìm câu sai.

23. Hàm số $y = \sqrt{4^{\frac{3x^2+18x+29}{x+3}} - 2^{6x+17}}$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -7] \cup (-3, +\infty)$ b. $(-\infty, -7) \cup [-3, +\infty)$

c. $(-7, -3)$ d. $[-7, +\infty)$.

24. Hàm số $y = \sqrt{\frac{1}{2}\log_4 16 - \log_8(x^2 - 4x + 3)}$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -1) \cup [1, 3]$ b. $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$

c. $(1, 3)$ d. $[-1, 1) \cup (3, 5]$.

25. Hàm số $y = \sqrt{\frac{3^x - 4^x}{x^2 - 2x - 8}}$ có tập xác định là :

a. $(-\infty, -2) \cup [0, 4)$ b. $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$

c. $(-2, 0) \cup (4, +\infty)$ d. $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$.

26. Hàm số $y = \log_2\left[-\log_{\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{6}{\sqrt[3]{x}}\right) - 2\right]$ có tập xác định là :

a. $(0, 8)$ b. $(-\infty, 0)$ c. $(-\infty, 8)$ d. $(0, +\infty)$.

27. Hàm số $y = \sqrt{\log_2 \log_3 \log_4 x}$ có tập xác định là :

a. $(1, +\infty)$ b. $(4, +\infty)$ c. $(8, +\infty)$ d. $[64, +\infty)$.

28. Hàm số $y = \frac{\sqrt{4 - 3x - x^2}}{x + 4}$ có tập xác định là :

a. $[-1, 4]$ b. $(-4, 1]$ c. $(-4, -1]$ d. $[1, 4]$.

29. Giả sử hàm số $y = \frac{\sqrt{3x - 7}}{\sqrt[6]{x + 1} - 2}$ có tập xác định là D. Chọn kết luận sai :

a. $D = \left[\frac{7}{3}, +\infty\right) \setminus \{63\}$ b. $D = \left[\frac{7}{3}, 63\right) \cup \{63, +\infty\}$

c. $D = R \setminus \left(-\infty, \frac{7}{3}\right] \cup \{63\}$ d. Ba kết luận trên đều sai.

30. D là tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{12 + x - x^2}}{x(x - 2)}$. Kết luận nào sai ?

a. $D = [-3, 4] \setminus \{0, 2\}$ b. $D = [-3, 0) \cup (0, 2) \cup (2, 4]$

c. $x \le -3 \vee x \ge 4$ d. $D = R \setminus (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$.

31. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - x - 20} + \sqrt{6 - x}$ có tập xác định D. Chọn kết luận sai :

a. $-5 \in D$ b. $-3 \in D$ c. $7 \notin D$ d. $5{,}2 \in D$.

32. Cho hàm số $y = \sqrt{5 - x - \frac{6}{x}}$ có tập xác định D. Chọn kết luận đúng :

a. $D = R\backslash[0, 2] \cup [3, +\infty)$ b. $D = R\backslash(0, 2) \cup (3, +\infty)$

c. $D = (-\infty, 0] \cup (2, 3)$ d. $D = R\backslash[0, 2) \cup (3, +\infty)$.

33. Hàm số $y = \sqrt{\frac{\sqrt{17 - 15x - 2x^2}}{x + 3}}$ có tập xác định là D. Kết luận nào đúng :

a. $D = (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ b. $D = \left[-\frac{17}{2}, -3\right)$

c. $D = (-3, 1]$ d. $D = R\backslash\{-3\}$.

34. Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3}}$ có tập xác định là D. Tìm kết luận đúng :

a. $D = R\backslash[-1, 4)$ b. $D = (-1, 4]\backslash\{3\}$

c. $D = (3, 4]$ d. $(-\infty, 3) \cup [4, +\infty)$.

35. Hàm số $y = \sqrt{\frac{1}{2}\log_4 16 - \log_8(x^2 - 4x + 3)}$ có tập xác định D. Tìm kết luận đúng :

a. $D = [-1, 1]$ b. $D = (1, 3)$

c. $D = [-1, 1) \cup (3, 5]$ d. $D = (-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$.

36. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{6x - x^2 - 5}}{5^{x-2} - 25}$ có tập xác định D. Kết luận nào sai ?

a. $1 \in D$ b. $3 \in D$ c. $4 \in D$ d. $5 \in D$.

37. Hàm số $y = \log_2\left[-\log_{\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{6}{\sqrt[4]{x}}\right) - 2\right]$ có tập xác định D. Tìm kết luận đúng :

a. $D = (0, 2)$ b. $(0, 4)$ c. $D = (0, 8)$ d. $D = (0, 16)$.

38. Hàm số $y = \sqrt{4^x + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} - 52 - 2^{2(x-1)}}$ có tập xác định D. Kết luận nào đúng ?

a. $D = [1, +\infty)$ b. $D = [2, +\infty)$ c. $D = [3, +\infty)$ d. $D = [4, +\infty)$.

39. Cho hàm số $y = \ln[\sqrt{8^{-2+\ln x}} - \sqrt[3]{4^{2-\ln x}}]$ có tập xác định D. Chọn kết luận đúng :

a. $D = (e^{\frac{1}{2}}, +\infty)$ b. $D = (e^{\frac{3}{4}}, +\infty)$

c. $D = (e^{\frac{5}{4}}, +\infty)$ d. $D = (e^2, +\infty)$.

40. Hàm số $y = \sqrt{\lg(\lg x) - \lg(4 - \lg x) - \lg 3}$ có tập xác định D. Chọn trả lời đúng :

a. $D = [1, 10)$ b. $D = [10, 100)$

c. $D = [100, 1000)$ d. $D = [1000, 10000)$.

Chủ đề 2 : KÝ HIỆU y = f(x), HÀM SỐ HỢP

41. Một hàm $y = f(x)$ bậc nhất, có $f(-1) = 2$ và $f(2) = -3$. Hàm số đó là :

a. $y = -2x + 3$ b. $y = \dfrac{-5x - 1}{3}$ c. $y = \dfrac{-5x + 1}{3}$ d. $y = 2x - 3$.

42. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Tìm kết quả sai :

a. $f(1) = 0$ b. $f(2) = 0$ c. $f(3) = 0$ d. $f(-4) = -24$..

43. Cho hàm số : $y = \sqrt{1 + x^2} = f(x)$. Xác định kết quả nào sai :

a. $f\left(-\dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{5}{4}$ c. $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{\sqrt{1 + x^2}}{x}$

b. $f\left(\dfrac{12}{13}\right) = \dfrac{\sqrt{313}}{13}$ d. $f\left(\dfrac{1}{x^2}\right) = \dfrac{\sqrt{1 + x^4}}{x^2}$.

44. Cho hàm số : $y = f(x) = a + b.c^x$. Nếu biết $f(0) = 15$, $f(2) = 30$ và $f(4) = 90$ thì các số a, b, c bằng :

a. $a = 5, b = 2, c = 10$ b. $a = 2, b = 5, c = 10$

c. $a = 10, b = 2, c = 5$ d. $a = 10, b = 5, c = 2$.

45. Cho $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 6x - 10$. Hàm số $\varphi(x) = \dfrac{f(x) + f(-x)}{2}$ có công thức là :

a. $\varphi(x) = 4x^4 - 5x^2 - 20$ b. $\varphi(x) = 2x^4 - 5x^2 - 10$

c. $\varphi(x) = 2x^4 + 5x^2 + 10$ d. $\varphi(x) = 2x^4 + 5x^2 + 20$.

46. Cho $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Hàm số $\varphi(x) = \dfrac{f(x) - f(-x)}{2}$ có công thức là :

a. $\varphi(x) = 4x^3 + 2x$ b. $\varphi(x) = 4x^3 - 2x$

c. $\varphi(x) = -4x^3 - 2x$ d. $\varphi(x) = -4x^3 + 2x$.

47. Tìm kết luận sai :

a. Hàm số $y = f(x) = \dfrac{a^x + a^{-x}}{2}$ là hàm số chẵn.

b. Hàm số $y = f(x) = \sqrt{1 + x + x^2} - \sqrt{1 - x + x^2}$ là hàm số lẻ.

c. Hàm số $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$ là hàm số lẻ.

d. Hàm số $y = \lg\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ là hàm số lẻ.

48. Cho hai hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{x}$; $y = g(x) = \lg\dfrac{1+x}{1-x}$. Tìm kết quả sai :

a. $f[f(x)] = x$ b. $f[g(x)] = \lg\dfrac{1-x}{1+x}$

c. $g[f(x)] = \lg\dfrac{x+1}{x-1}$ d. $f[f(f(x))] = \dfrac{1}{x}$.

49. Tìm kết luận sai :

a. Hàm số $y = \dfrac{2^x - 1}{2^x + 1}$ là hàm số lẻ.

b. Hàm số $y = \lg(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là hàm số lẻ.

c. Hàm số $y = \cos(x+2) + \cos(x-2)$ là hàm số chẵn.

d. Hàm số $y = \ln\left(\dfrac{1-e^x}{1+e^x}\right)$ là hàm số chẵn.

50. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x+2) = x^2 - 3x + 2$ thì $f(x)$ bằng :

a. $y = f(x) = x^2 + 7x - 12$ b. $y = f(x) = x^2 - 7x - 12$

c. $y = f(x) = x^2 + 7x + 12$ d. $y = f(x) = x^2 - 7x + 12$.

51. Cho hai hàm số $y = f(x) = \ln x$; $y = g(x) = e^x$. Tìm kết quả sai :

a. $f[g(x)] = x$ b. $g[f(x)] = x$

c. $f[f(x)] = \ln(\ln x)$ d. $g[g(x)] = e^{2x}$.

52. Với $x > 0$, nếu $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2}$ thì $f(x)$ bằng :

a. $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ b. $f(x) = \dfrac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}$

c. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + \dfrac{1}{x}$ d. $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x} + 1$.

53. Với $x \neq -1$, $f\left(\dfrac{x}{x+1}\right) = x^2 + 1$ thì công thức đúng của $f(x)$ là :

a. $f(x) = \dfrac{2x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$ b. $f(x) = \dfrac{2x^2 + 2x - 1}{(x-1)^2}$

c. $f(x) = \dfrac{2x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2}$ d. $f(x) = \dfrac{2x^2 + 2x + 1}{(x-1)^2}$.

54. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$.

Biểu thức $f(x + 3) - 3f(x + 2) + 3f(x + 1)$ có giá trị bằng :

a. $ax^2 - bx - c$ b. $ax^2 + bx - c$

c. $ax^2 - bx + c$ d. $ax^2 + bx + c$.

55. Cho hàm số : $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$. Hãy tìm hệ thức đúng.

a. $f(x + y) + f(x - y) = f(x) + f(y)$ b. $f(x + y) + f(x - y) = f(x).f(y)$

c. $f(x + y) + f(x - y) = 2f(x).f(y)$ d. $f(x + y) + f(x - y) = 4f(x).f(y)$.

56. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số này thỏa hệ thức : $f(x) + 3f\left(\dfrac{1}{x}\right) = x \ \forall x \neq 0$.

Công thức của hàm số $y = f(x)$ là :

a. $f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{8x}$ b. $f(x) = \dfrac{x^2 + 3}{8x}$

c. $f(x) = \dfrac{3 - x^2}{8x}$ d. $f(x) = \dfrac{-3 - x^2}{8x}$.

57. Hàm số $y = f(x)$ thỏa hệ thức $2f(x) + 3(-x) = 3x + 2 \ \forall x$. Hàm số $f(x)$ có công thức :

a. $f(x) = -3x + \dfrac{2}{5}$ b. $f(x) = 3x - \dfrac{2}{5}$

c. $f(x) = -3x - \dfrac{2}{5}$ d. $f(x) = 3x + \dfrac{2}{5}$.

58. Với $x \neq 0$ và $x \neq 1$, hàm số $y = f(x)$ thỏa hệ thức :

$$(x - 1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x - 1}.$$

Hàm số $y = f(x)$ là hàm số có công thức :

a. $f(x) = \dfrac{1}{x - 1}$ b. $f(x) = \dfrac{1}{1 - x}$ c. $f(x) = \dfrac{x}{1 - x}$ d. $f(x) = \dfrac{x - 1}{x}$.

59. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{1 - x}{1 + x}$. Hãy tìm hệ thức sai.

a. $f(x) = -f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ b. $f[f(f(x))] = f(x)$

c. $f(x + 1) = f(x) + 1$ d. $f\left(\dfrac{1}{x + 1}\right) = 1 - \dfrac{2}{x + 2}$.

60. Hàm số $y = f(x)$ thỏa hệ thức sau $\forall u, v$:

$$(u - v).f(u + v) - (u + v).f(u - v) = 4uv(u^2 - v^2).$$

Hàm số có công thức :

a. $f(x) = -x^3 + Cx$ b. $f(x) = -x^3 - Cx$

c. $f(x) = x^3 + Cx$ d. $f(x) = x^3 - Cx$.

(C là một hằng số tùy ý).

61. Hàm số $y = f(x)$ thỏa hệ thức : $f\left(\frac{3x-1}{x+2}\right) = \frac{x+1}{x-1}$ với $x \neq -2$ và $x \neq 1$.

Công thức của $y = f(x)$ là :

a. $f(x) = \frac{x+4}{3x-2}$ b. $f(x) = \frac{x-4}{3x-2}$

c. $f(x) = \frac{x-4}{3x+2}$ d. $(x) = \frac{x+4}{3x+2}$.

62. Cho hàm số $y = f(n)$ với $n \in N^*$. Hàm $y = f(n)$ thỏa :

$$\begin{cases} f(1) = 2 \\ \forall n > 1 \text{ thì } f(1)+f(2)+\ldots+f(n) = n^2.f(n) \end{cases}$$

Kiểm tra xem kết quả nào sai :

a. $f(2) = \frac{2}{3}$ b. $f(3) = \frac{1}{3}$ c. $f(4) = \frac{1}{5}$ d. $f(5) = 3$.

63. Cho hàm số $y = f(x)$, $\forall x, y \in R$, luôn có $f(x + y) = f(x) + f(y)$. Chọn trả lời đúng :

a. $f(0) = 2$ b. $f(0) = 1$ c. $f(0) = 0$ d. $f(0) = -1$.

64. Cho hàm số $y = f(x)$, $\forall x, y \in R$, luôn có $f(x + y) = f(x) + f(y)$. Hàm số $y = f(x)$ thuộc loại hàm số nào ?

a. Hàm chẵn b. Hàm lẻ

c. Không chẵn, không lẻ d. Hàm số tuần hoàn.

Hãy chọn trả lời đúng.

65. Cho hàm số $y = f(x)$, $\forall x \in R$, $f(x - 1) = x^2 - 3x + 6$. Vậy công thức $y = f(x)$ là công thức nào ?

a. $f(x) = x^2 + x - 4$ b. $f(x) = x^2 - x + 4$

c. $f(x) = x^2 + 2x - 4$ d. $f(x) = x^2 - 2x + 4$.

Hãy chọn trả lời đúng.

66. Nếu $y = f(x) = 2x - x^2$ thì $f(1 - 3x)$ bằng biểu thức nào ?

a. $1 - 3x^2$ b. $1 + 3x^2$ c. $1 - 9x^2$ d. $1 + 9x^2$.

Hãy chọn trả lời đúng.

67. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 3$. Kết quả nào sai ?

a. $f(2) = 1$ b. $f(3) = 6$

c. $f(-2) = -39$ d. $f(-3) = -82$.

68. Cho hàm số $y = g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$. Kết quả nào sai ?

a. $g(-1) = \sqrt{2}$ b. $g(2) = \frac{\sqrt{5}}{2}$

c. $g\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{1 + x^2}$ d. $g\left(\frac{1}{3}\right) = 3$.

69. $y = f(x)$ là một hàm đại số bậc hai. Nếu $f(-1) = 16$, $f(1) = 8$ và $f(2) = 13$ thì đó là hàm số nào ?

a. $f(x) = 3x^2 + 4x - 9$ b. $f(x) = 3x^2 - 4x + 9$

c. $f(x) = 4x^2 + 3x - 9$ d. $f(x) = 4x^2 - 3x + 9$.

Hãy chọn kết quả đúng.

70. Cho $y = f(x)$ là một hàm số tùy ý nào đấy xác định trên R. Hàm số $\varphi(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$ là một hàm số loại nào ?

a. Chẵn b. Lẻ

c. Không chẵn, không lẻ d. Chưa kết luận được.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

71. Nếu $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 2}$ thì $f(2 - 3x)$ là biểu thức nào ?

a. $\frac{3(3x^2 + x - 1)}{4 - 3x}$ b. $\frac{3(3x^2 + x + 1)}{4 - 3x}$

c. $\frac{3(3x^2 - x + 1)}{4 - 3x}$ d. $\frac{3(3x^2 - x - 1)}{4 - 3x}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

72. Cho hai hàm số $y = f(x) = \ln x$ và $y = g(x) = e^x$. Hãy chọn hệ thức sai :

a. $f[g(x)] = x$ b. $g[f(x)] = x$

c. $f[f(x)] = \ln(\ln x)$ d. $g[g(x)] = e^{ex}$.

73. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng với $x > 0$ thì $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1 + x^2}$. Công thức của $y = f(x)$ là :

a. $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$ b. $f(x) = \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{x}$

c. $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{1 + x^2}$ d. $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x}$.

Hãy chọn kết luận đúng.

74. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$.

$\forall x \in D$, có $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = 2x^2 + x + 1$. $f(x)$ là biểu thức nào ?

a. $\frac{3x^2 + 3x + 1}{(x-1)^2}$ b. $\frac{3x^2 + 3x - 1}{(x-1)^2}$

c. $\frac{3x^2 - 3x + 1}{(1-x)^2}$ d. $\frac{3x^2 - 3x - 1}{(1-x)^2}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

75. Hàm số $y = f(x)$ thỏa hệ thức $f\left(\frac{2x}{x+1}\right) = \frac{3x-5}{5x+3}$ với $x \neq -1$ và $x \neq -\frac{3}{5}$.

Đó là hàm số nào ?

a. $f(x) = \frac{4x+5}{x-3}$ b. $f(x) = \frac{4x-5}{x+3}$

c. $f(x) = \frac{4x+5}{x+3}$ d. $f(x) = \frac{4x-5}{x-3}$.

Hãy chọn trả lời đúng.

76. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$. Trong các biểu thức phân tích hàm $f(x)$ thành tổng của hai phân thức tối giản sau đây, hãy chọn hệ thức đúng.

a. $f(x) = \frac{1}{3(x-1)} + \frac{x+1}{3(x^2+x+1)}$ b. $f(x) = \frac{1}{3(x-1)} - \frac{x+1}{3(x^2+x+1)}$

c. $f(x) = \frac{1}{3(x-1)} - \frac{x-1}{3(x^2+x+1)}$ d. $f(x) = \frac{1}{3(x-1)} + \frac{x-1}{3(x^2+x+1)}$.

Chủ đề 3 : TẬP GIÁ TRỊ

77. Hàm số : $y = -x^2 + 4x - 9$ có tập giá trị là :

a. $(-\infty, -2]$ b. $(-\infty, -5]$ c. $(-\infty, -9]$ d. $(-\infty, 0)$.

78. Hàm số : $y = \sqrt{x - x^2}$ có tập giá trị là :

a. $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ b. $[0, 1]$ c. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ d. $[0, 2]$.

79. Hàm số : $y = \sqrt{2x^2 - 6x + 9}$ có tập giá trị là :

a. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ b. $\left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$ c. $\left[\frac{3}{\sqrt{2}}, +\infty\right)$ d. $\left[3\sqrt{2}, +\infty\right)$.

80. Hàm số : $y = \ln(5x^2 - 8x + 4)$ có tập giá trị là :

a. $\left[\ln\frac{4}{5}, +\infty\right)$ b. $\left[\ln\frac{5}{4}, +\infty\right)$ c. $[\ln 2, +\infty)$ d. $\left[\ln\frac{5}{8}, +\infty\right)$.

81. Hàm số : $y = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{3-x}$ có tập giá trị là :

a. $\left[\sqrt{2}, \sqrt{5}\right]$ b. $\left[\sqrt{2}, 2\sqrt{5}\right]$ c. $\left[2\sqrt{2}, 3\right]$ d. $\left[\sqrt{2}, \sqrt{10}\right]$.

82. Hàm số : $y = \dfrac{x^2}{x^4 + 1}$ có tập giá trị là :

a. $[0, 1]$ b. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ c. $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ d. $\left[0, \frac{3}{4}\right]$.

83. Hàm số : $y = \dfrac{2x}{x^2 + 1}$ có tập giá trị là :

a. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ b. $[-1, 1]$ c. $[-2, 2]$ d. $[0, 1]$.

84. Hàm số : $y = 3^{x-1} + 3^{-x-1}$ có tập giá trị là :

a. $[3, +\infty)$ b. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ c. $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$ d. $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$.

85. Hàm số : $y = 5\cos 2x - 12\sin 2x$ có tập giá trị là :

a. $[-12, 5]$ b. $[-5, 12]$ c. $[-13, 12]$ d. $[-13, 13]$.

86. Hàm số : $y = \dfrac{3x^2 + 10x - 20}{x^2 + 2x + 3}$ có tập giá trị là :

a. $\left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$ b. $\left[\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right]$ c. $\left[\frac{5}{2}, 7\right]$ d. $\left[\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right]$.

87. Hàm số : $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$ trên đoạn $[3, 6]$ có tập giá trị là :

a. $\left[\sqrt{3} + \sqrt{5}, 6\right]$ b. $\left[\sqrt{2} + \sqrt{6}, 4\right]$

c. $\left[\sqrt{3} + \sqrt{5}, 4\right]$ d. $\left[\sqrt{2} + \sqrt{6}, 6\right]$.

88. Hàm số : $y = \dfrac{2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 3}$ có tập giá trị là :

a. $[1.\ 3]$ b. $[-3, 1]$ c. $[-1, 3]$ d. $[-3, -1]$.

89. Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, hàm $y = 5\cos x - \cos 5x$ có tập giá trị là :

a. $\left[3\sqrt{2}, 3\sqrt{3}\right]$ b. $\left[-3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}\right]$ c. $\left[-4, 3\sqrt{2}\right]$ d. $\left[4, 3\sqrt{3}\right]$.

90. Hàm số : $y = x^4 + (1-x)^4$ có tập giá trị là :

a. $\left[\frac{1}{8}, +\infty\right)$ c. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ b. $[1, +\infty]$ d. $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$.

91. Hàm số : $y = (2\sin x + \cos x)(2\cos x - \sin x)$ có tập giá trị là :

a. $\left[-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right]$ b. $\left[-\frac{2}{5}, \frac{5}{2}\right]$ c. $\left[-\frac{5}{2}, \frac{2}{5}\right]$ d. $\left[-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right]$.

92. Hàm số : $y = e^{-x^2+x}$ có tập giá trị là :

a. $[0, \sqrt[4]{e})$ b. $(0, \sqrt[4]{e}]$ c. $(0, \sqrt{e}]$ d. $(0, \sqrt{e})$.

93. Hàm số : $y = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ có tập giá trị là :

a. $[\sqrt{2}, +\infty)$ b. $[4, +\infty)$ c. $[2, +\infty)$ d. $[1, +\infty)$.

94. Hàm số $y = \sin^4 x + \sin^3 x.\cos x + \sin^2 x \cos^2 x + \sin x.\cos^3 x + \cos^4 x$ có tập giá trị là :

a. $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ b. $\left[-\frac{5}{4}, \frac{1}{4}\right]$ c. $\left[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$ d. $\left[-\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right]$.

95. Hàm số : $y = \dfrac{3\cos^4 x + 4\sin^2 x}{3\sin^4 x + 2\cos^2 x}$ có tập giá trị là :

a. $\left[\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right]$ b. $\left[\frac{4}{3}, \frac{8}{5}\right]$ c. $\left[\frac{1}{3}, \frac{3}{5}\right]$ d. $\left[\frac{3}{5}, \frac{8}{5}\right]$.

96. Hàm số : $y = x + \sqrt{8 - x^2}$ có tập giá trị là :

a. $[2\sqrt{2}, 4]$ b. $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$

c. $[-2\sqrt{2}, 4]$ d. $[-2\sqrt{2}, 2]$.

97. Chọn kết luận đúng : Hàm số $y = \lg(3x^2 - 4x + 5)$ có tập giá trị là :

a. $\left[\lg\frac{10}{3}, +\infty\right)$ b. $\left[\lg\frac{11}{3}, +\infty\right)$

c. $\left[\lg\frac{12}{3}, +\infty\right)$ d. $\left[\lg\frac{14}{3}, +\infty\right)$.

98. Hàm số $y = \lg(4x^2 - 8x + 7)$ có tập giá trị là :

a. $[10, +\infty)$ b. $[100, +\infty)$ c. $[1000, +\infty)$ d. $[10000, +\infty)$.

Hãy chọn kết luận đúng.

99. Hàm số $y = \ln(e^{2x} + 2e^x + 4)$ có tập giá trị là :

a. $(\ln 2, +\infty)$ b. $[\ln 3, +\infty)$ c. $(\ln 4, +\infty)$ d. $[\ln 5, +\infty)$.

Chọn kết luận đúng.

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRUNG TÂM THÔNG TIN THƯ VIỆN
LC/1925

100. Hàm số $y = f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^{x} + 8)$ có tập giá trị là f(D). Hãy chọn kết luận sai :

a. $\ln 9 \in f(D)$ b. $\ln 8 \in f(D)$ c. $\ln 7 \in f(D)$ d. $\ln 6 \in f(D)$.

101. Hàm số $y = f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{20-5x}$ có tập giá trị f(D) là :

a. $[\sqrt{2}, 2]$ b. $[\sqrt{3}, 3]$ c. $[\sqrt{5}, 5]$ d. $[\sqrt{6}, 6]$.

Chọn kết luận đúng.

102. Hàm số $y = f(x) = \sqrt{3+3x} - \sqrt{3-x}$ có tập giá trị là :

a. $[-1, \sqrt{3}]$ b. $[-2, 4]$ c. $[-1, \sqrt{2}]$ d. $[-2, 2]$.

Chọn kết luận đúng.

103. Hàm số $y = \varphi(x) = \dfrac{1-3x}{x+2}$ có tập giá trị φ(D). Kết luận nào đúng ?

a. $\varphi(D) = R\backslash\{-2\}$ b. $\varphi(D) = R\backslash\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

c. $\varphi(D) = R\backslash\{-3\}$ d. $\varphi(D) = R\backslash\{2\}$.

104. Hàm số $y = g(x) = \dfrac{x+3}{2x-5}$ có tập giá trị là g(D). Chọn kết luận đúng :

a. $g(D) = R\backslash\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ b. $g(D) = R\backslash\{-1\}$

c. $g(D) = R\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ d. $g(D) = R\backslash\{1\}$.

105. Hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2}{1-x^2}$ có tập giá trị là f(D). Chọn kết luận đúng :

a. $f(D) = (-\infty, -1)$ b. $f(D) = (-1, 0)$

c. $f(D) = (0, +\infty)$ d. $f(D) = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$.

106. Gọi f(D) là tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x + 5$. Kết luận nào sai ?

a. $3 \in f(D)$ b. $5 \in f(D)$ c. $6 \notin f(D)$ d. $8 \notin f(D)$.

Chủ đề 4 : TÍNH TUẦN HOÀN

107. Hàm số : $y = \cos^2 3x$ là một hàm số tuần hoàn có chu kỳ là :

a. 3π b. π c. $\dfrac{\pi}{3}$ d. $\dfrac{3\pi}{2}$.

108. Hàm số : $y = \sin 2x + \cos 3x$ là một hàm số tuần hoàn có chu kỳ là :

a. π b. 2π c. 3π d. 4π.

109. Hàm số : $y = \sin\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{3}$ là một hàm số tuần hoàn có chu kỳ là :

a. 2π b. 6π c. 9π d. 12π.

110. Hàm số : $y = \cos3x + \cos5x$ là một hàm số tuần hoàn có chu kỳ là :

a. π b. 3π c. 2π d. 5π.

111. Hàm số : $y = 2\sin^2x + 3\cos^23x$ là một hàm số tuần hoàn có chu kỳ là :

a. π b. 2π c. 3π d. $\frac{\pi}{3}$.

112. Hàm số : $y = 2\tan\frac{x}{3} - 3\cot\frac{x}{4}$ là một hàm số tuần hoàn có chu kỳ là :

a. 2π b. 6π c. 12π d. 18π.

113. Hàm số : $y = \sin x + 2\sin2x + 3\sin3x$ là một hàm số tuần hoàn có chu kỳ là :

a. π b. 2π c. 3π d. 4π.

114. Hàm số : $y = \tan x + \tan\frac{x}{2} + \tan\frac{x}{3}$ tuần hoàn có chu kỳ là :

a. π b. 3π c. 6π d. 4π.

115. Tìm kết luận sai trong 4 câu sau :

a. Hàm số $y = \sin2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

b. Hàm số $y = \cos\frac{x}{3}$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 6\pi$.

c. Hàm số $y = \sqrt{\tan x}$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

d. Hàm số $y = \tan\sqrt{x}$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \sqrt{\pi}$.

116. Cho hàm số $y = f(x)$. $\forall x \in R$, luôn có $f(x) + f(x + 1) = 1$. Tìm câu sai.

a. $y = f(x)$ có tuần hoàn.

b. Chu kỳ tuần hoàn là một số nguyên dương.

c. Chu kỳ tuần hoàn $T = 2$.

d. $f(x)$ không tuần hoàn.

117. Hàm số $y = \cos3x.\cos x$ là một hàm số tuần hoàn có chu kì là :

a. $T = \frac{\pi}{3}$ b. $T = \frac{\pi}{4}$ c. $T = \frac{\pi}{2}$ d. $T = \pi$.

118. Hàm số $y = \sin5x.\sin2x$ là một hàm số tuần hoàn, chu kì bằng :

a. $T = \pi$ b. $T = 2\pi$ c. $T = 3\pi$ d. $T = 5\pi$.

Chọn kết luận đúng.

119. Hàm số $y = f(x) = 2\sin^2 2x + \cos x$ là một hàm số tuần hoàn có chu kì T bằng :

a. $T = \frac{\pi}{2}$ b. $T = \pi$ c. $T = 2\pi$ d. $T = 4\pi$.

Chọn kết luận đúng.

120. Hàm số $y = 3\cos(2x + 1) - 2\sin\left(\frac{x}{2} - 3\right)$ là một hàm số tuần hoàn có chu kì bằng :

a. $T = 2\pi$ b. $T = 4\pi$ c. $T = 6\pi$

d. Hàm số này không tuần hoàn.

Chọn kết luận đúng.

121. Hàm số $y = f(x) = 2\tan(3x + 2) - \cot(2x - 5)$ là một hàm số tuần hoàn có chu kì bằng :

a. $T = \frac{\pi}{3}$ b. $T = \frac{\pi}{2}$ c. $T = \pi$ d. $T = \frac{3\pi}{2}$

Chọn kết luận đúng.

122. Hàm số $y = f(x) = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$ là một hàm số tuần hoàn mà chu kì T bằng :

a. $T = \frac{\pi}{3}$ b. $T = \frac{\pi}{2}$ c. $T = \pi$ d. $T = 2\pi$.

Hãy chọn kết luận đúng.

Chủ đề 5 : DÃY SỐ – CẤP SỐ

123. Dãy số a_n được cho bởi : $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 2 \quad (\forall n) \end{cases}$. Tìm kết quả sai

a. $\forall n$, a_n là số lẻ b. $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = n^2$

c. $a_n = 2n + 1$ d. $a_n + a_{n+1} = 4n$.

124. Dãy số a_n được cho bởi : $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n \quad (\forall n) \end{cases}$. Tìm kết quả sai

a. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{93}{16}$ b. $a_{10} = \frac{3}{512}$

c. $a_{n+1} + a_n = \frac{9}{2^n}$ d. $a_n = \frac{3}{2^n}$.

125. Dãy số a_n cho bởi $a_n = \dfrac{2n-1}{n+1}$. Tổng 5 số hạng đầu của dãy số bằng :

a. $\dfrac{111}{20}$ b. $\dfrac{113}{20}$ c. $\dfrac{115}{20}$ d. $\dfrac{117}{20}$.

126. Dãy số a_n cho bởi $a_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$. Tổng n số hạng $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ của dãy số bằng :

a. $\dfrac{n-1}{n+1}$ b. $1 + \dfrac{1}{n+1}$ c. $\dfrac{n}{n+1}$ d. $n + \dfrac{1}{n+1}$.

127. Dãy số a_n cho bởi $a_n = \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Tổng n số hạng của dãy số $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ bằng :

a. $\dfrac{n+1}{2n-1}$ b. $\dfrac{n}{2n-1}$ c. $\dfrac{n-1}{2n+1}$ d. $\dfrac{n}{2n+1}$.

128. Tìm công thức sai :

a. $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n^2+n}{2}$

b. $1 + 3 + 5 + \ldots + 2n - 1 = n^2$

c. $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = (1 + 2 + \ldots + n)^3$

d. $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

129. Dãy số a_n được cho bởi : $a_n = 1 + 2 + \ldots + n$.

Tổng $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ bằng :

a. $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$ b. $\dfrac{n(2n+1)(n+2)}{6}$

c. $\dfrac{n(n+2)(2n+3)}{6}$ d . $\dfrac{(n+2)(n+3).n}{6}$.

130. Dãy số a_n cho bởi $a_n = \dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}$. Tổng $S_n = a_1 + a_2 + \ldots a_n$ bằng :

a. $\dfrac{3n-1}{3n+1}$ b. $\dfrac{3n}{3n+1}$ c. $\dfrac{n}{3n+1}$ d. $\dfrac{n}{3n-1}$.

131. Tổng A = sinx + sin2x + sin3x + ... + sinnx có công thức rút gọn là :

a. $A = \dfrac{\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{2n+1}{2}x}{2\sin\frac{x}{2}}$ b. $A = \dfrac{\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{2n-1}{2}x}{2\sin\frac{x}{2}}$

c. $A = \dfrac{\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{2n+1}{2}x}{2\cos\frac{x}{2}}$ d. $A = \dfrac{\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{2n-1}{2}x}{2\cos\frac{x}{2}}$.

132. Tìm kết luận sai trong 4 kết luận sau :

a. $\forall n$, $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9.

b. $\forall n$, $5^n - 4n - 1$ chia hết cho 16.

c. $\forall n$, $n^3 + 5n$ chia hết cho 4.

d. $\forall n$, $3.5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ chia hết cho 17.

133. Cho cấp số cộng $\div$ 5, 9, 13 ... Số nào trong bốn số sau đây không phải là một số hạng của cấp số đó :

a. 201 b. 317 c. 421 d. 3199.

134. Một cấp số cộng có $a_9 = 47$, $d = 5$. Số 10042 là số hạng thứ mấy của cấp số đó :

a. 2006 b. 2007 c. 2008 d. 2009.

135. Tìm kết quả sai :

a. $S_1 = 1 + 2 + ... + 99 + 100 + 99 + ... + 2 + 1 = 10000$.

b. $S_2 = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + ... + 2^2 - 1^2 = 5050$.

c. $S_3 = 3 + 7 + ... + 87 = 980$.

d. $S_4 = 1 + 6 + ... + 96 = 970$.

136. Một cấp số cộng được cho bởi : $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

Số hạng đầu u_1 và công sai của cấp số này bằng :

a. $u_1 = 3, d = 1$ b. $u_1 = 1,\ d = 3$

c. $u_1 = 2, d = 1$ d. $u_1 = 1,\ d = 2$.

137. Một cấp số cộng có số hạng đầu tiên $a_1 = 2$, số hạng cuối cùng là 30 và tổng các số hạng đó bằng 352. Công sai và số số hạng của cấp số này bằng :

a. 20 số hạng và $d = 4$ b. 20 số hạng và $d = \frac{4}{3}$

c. 22 số hạng và $d = 4$ d. 22 số hạng và $d = \frac{4}{3}$.

138. Một cấp số cộng được cho bởi $a_3 = -15$ và $a_{14} = 18$. Tổng 50 số hạng của cấp số này bằng :

a. 2025 b. 2225 c. 2425 d. 2625.

139. Giá trị thích hợp của x để ba số $10 - 3x$, $2x^2 + 3$, $7 - 4x$ lập thành một cấp số cộng là :

a. $x = 1$ hay $x = -\frac{11}{4}$ b. $x = -1$ hay $x = \frac{11}{4}$

c. $x = \frac{1}{4}$ hay $x = -11$ d. $x = 11$ hay $x = -\frac{1}{4}$.

140. Có hai giá trị của m để phương trình : $x^4 - 2(m + 1)x^2 + 2m + 1 = 0$, có 4 nghiệm lập thành một cấp số cộng là :

a. $m = 4$ hay $m = \frac{-4}{9}$ b. $m = \frac{4}{9}$ hay $m = -4$

c. $m = 2$ hay $m = \frac{-8}{9}$ d. $m = \frac{8}{9}$ hay $m = -2$.

141. Một cấp số cộng có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5n^2 + 3n$. Cấp số cộng này có a_1 và d lần lượt bằng :

a. $a_1 = 10$, $d = 8$ b. $a_1 = 8$, $d = 10$

c. $a_1 = 18$, $d = 2$ d. $a_1 = 2$, $d = 18$.

142. Ba số dương a, b, c làm thành 1 cấp số cộng. Xác định mệnh đề sai :

a. $\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ lập thành một cấp số cộng.

b. $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab$.

c. $a^2 + 8bc = (2b + c)^2$.

d. $\frac{1}{b + c}, \frac{1}{c + a}, \frac{1}{a + b}$ lập thành 1 cấp số cộng.

143. Một cấp số cộng có $S_m = n$, $S_n = m$ $(m > n)$. Tổng S_{m+n} của cấp số cộng này bằng :

a. $S_{m+n} = m + n$ b. $S_{m+n} = -m - n$

c. $S_{m+n} = m - n$ d. $S_{m+n} = n - m$.

144. Điều kiện của a, b để phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng là :

a. $a > 0$, $b > 0$ b. $a > 0$, $b = 0$

c. $a < 0$, $b < 0$ d. $a < 0$, $b = 0$.

145. Các giá trị thích hợp của m để phương trình :

$$x^4 - (3m + 4)x^2 + (m + 1)^2 = 0$$

có 4 nghiệm lập thành một cấp số cộng là :

a. $m = 2$ hay $m = \frac{-22}{19}$ b. $m = -2$ hay $m = \frac{22}{19}$

c. $m = 2$ hay $m = \frac{22}{19}$ d. $m = -2$ hay $m = \frac{-22}{19}$.

146. Biết rằng a, b, c lập thành một cấp số nhân. Xác định câu sai :

a. $(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$.

b. $(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) = (ab + bc)^2$.

c. $(bc + ca + ab)^3 = abc\,(a + b + c)^3$.

d. $\dfrac{2}{b-a}, \dfrac{1}{b}, \dfrac{2}{b-c}$ là cấp số nhân.

147. Một cấp số nhân có n số hạng. Biết số hạng đầu $a_1 = 7$, công bội $q = 2$ và số hạng thứ n : $a_n = 1792$. Tổng n số hạng của cấp số này bằng :

a. 5377 b. 3577 c. 5737 d. 3775.

148. Ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng ; a, b, c + 3 lập thành một cấp số nhân và a + b + c = 18. Ba số đó là :

a. 12, 4, 2 b. 10, 6, 2 c. 6, 6, 6 d . 3, 6, 9.

149. Một cấp số nhân (a_n) có $a_3 + a_5 = 20$, $a_4 + a_6 = -40$. Tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số này bằng :

a. 85 b. –85 c. 58 d. –58.

150. Ba số a, b, c lập thành một cấp số nhân có

$$a + b + c = 21 \text{ và } a^2 + b^2 + c^2 = 189.$$ Ba số đó là :

a. 1, 4, 16 hoặc 16, 4, 1 b. 7, 7, 7 hoặc 7, 7, 7

c. 3, 6, 12 hoặc 12, 6, 3 d. 1, 8, 12 hoặc 12, 8, 1.

151. Cấp số nhân (a_n) thỏa $\begin{cases} a_1 + a_6 = 244 \\ a_3 + a_4 = 36 \end{cases}$

Công bội của cấp số nhân đó có thể là một trong các số sau :

a. $\dfrac{1}{3}, 3, \dfrac{7-\sqrt{13}}{6}, \dfrac{7+\sqrt{13}}{6}$ b. $3, \dfrac{1}{3}, \dfrac{-7-\sqrt{13}}{6}, \dfrac{-7+\sqrt{13}}{6}$

c. $3, -\dfrac{1}{3}, -1, -3$ d. $3, -\dfrac{1}{3}, \dfrac{\sqrt{13}-7}{6}, \dfrac{\sqrt{13}+7}{6}$.

152. Để ba số 4^{x+3}, 2^{5x+1}, 4^{x^2+1} lập thành một cấp số nhân theo thứ tự đó, các giá trị thích hợp của x là :

a. x = 3 hay x = –1 b. x = –3 hay x = 1

c. x = 3 hay x = 1 d. x = –3 hay x = –1.

153. Một cấp số nhân (a_n) được cho bởi : $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 13 \\ a_4 + a_5 + a_6 = 351 \end{cases}$

Số hạng đầu tiên a_1 và công bội q của cấp số nhân này bằng :

a. $a_1 = 3, q = \dfrac{1}{3}$ b. $a_1 = 1, q = 3$

c. $a_1 = 1, q = 2$ d. $a_1 = 2, q = 2$.

154. Hãy xen giữa số 3 và một số chưa biết một số, sao cho 3 số này lập thành một cấp số cộng , đồng thời nếu bớt số ở giữa 6 đơn vị, ta được một cấp số nhân. Số chưa biết này bằng .

a. 12 b. 15 c. 18 d. 27.

155. x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + a = 0$.

x_3, x_4 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 12x + b = 0$.

x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội dương. Các giá trị thích hợp của a và b là :

a. $a = 2$, $b = 32$ b. $a = 4$, $b = 16$

c. $a = 8$, $b = 8$ d. $a = 12$, $b = 4$.

156. Cho dãy số (u_n) định bởi $u_n = \dfrac{2n+1}{3n+5}$. Kết luận nào sai :

a. $\dfrac{1}{2}$ không là một số hạng của dãy số.

b. $\dfrac{11}{20}$ là số hạng thứ 5. c. $\dfrac{15}{26}$ là số hạng thứ bảy.

d. $\dfrac{21}{35}$ là số hạng thứ 10.

157. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1+(-1)^n}{2n}$. Chọn kết luận sai :

a. $u_8 = \dfrac{1}{8}$ b. $u_{15} = \dfrac{1}{15}$ c. $u_{19} = 0$ d. $u_{22} = \dfrac{1}{22}$.

158. Dãy số (a_n) được cho bởi $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 2 \end{cases}$ $\forall n$. Tìm kết luận sai :

a. $\forall n$, a_n là số lẻ b. $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = n^2$

c. $a_n = 2n + 1$ d. $a_n + a_{n+1} = 4n$.

159. Dãy số (a_n) được cho bởi $a_n = \dfrac{3n-2}{n+3}$. Tổng 3 số hạng đầu tiên của dãy số $a_1 + a_2 + a_3$ bằng :

a. $\dfrac{133}{60}$ b. $\dfrac{143}{60}$ c. $\dfrac{151}{60}$ d. $\dfrac{163}{60}$.

Chọn kết quả đúng.

160. Dãy số (a_n) được cho bởi $a_n = \dfrac{2n-1}{n+1}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của dãy số này bằng :

a. $\dfrac{111}{20}$ b. $\dfrac{113}{20}$ c. $\dfrac{101}{20}$ d. $\dfrac{107}{20}$.

Chọn kết quả đúng.

161. Chọn kết luận sai :

a. Dãy số $\left(\dfrac{2n-1}{n+2}\right)$ tăng và bị chặn trên.

b. Dãy số $\dfrac{2n+3}{n+1}$ giảm và bị chặn dưới.

c. Dãy số $(2n - 1)$ tăng và bị chặn trên.

d. Dãy số $\left(\dfrac{1}{3.2^n}\right)$ giảm và bị chặn dưới.

162. Công thức nào sai ?

a. $1 + 2 + ... + n = \dfrac{n^2+n}{2}$ b. $1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1 = n^2$

c. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

d. $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + ... + n)^3$.

163. Một cấp số cộng (a_n) có $a_4 = 14$, $a_{21} = 65$. Tổng 25 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này bằng :

a. 1010 b. 1020 c. 1030 d. 1050.

Chọn kết quả đúng.

Chủ đề 6 : GIỚI HẠN

A. Giới hạn của dãy số

164. Cho dãy số $a_n = 1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1}$. Chọn kết quả đúng :

a. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 0$ b. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 1$

c. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{1}{2}$ d. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 2$.

165. Cho dãy số $a_n = \sqrt[3]{n^3 + 1} - n$. Kết quả nào đúng :

a. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 0$ b. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{1}{3}$

c. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{1}{2}$ d. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 1$.

166. Cho dãy số $a_n = \sqrt[3]{n^3 - 3n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 4n}$. Kết quả nào đúng ?

a. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 3$ b. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 2$

c. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = -3$ d. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = -2$.

167. Cho dãy số $a_n = \dfrac{4.3^n + 7^{n+1}}{2.5^n + 7^n}$. Chọn kết quả đúng :

a. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{11}{3}$ b. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 7$ c. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{5}{3}$ d. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 2$.

168. Với $|a| < 1$, $|b| < 1$; $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1 + a + a^2 + \ldots + a^n}{1 + b + b^2 + \ldots + b^n}$ có kết quả bằng :

a. $\dfrac{b}{a}$ b. $\dfrac{1+b}{1+a}$ c. $\dfrac{1-b}{1-a}$ d. $\dfrac{1-a}{1-b}$.

169. Cho dãy $a_n = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \ldots + \dfrac{1}{n(n+1)}$. Chọn đáp số đúng :

a. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 0$ b. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{1}{2}$

c. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{3}{2}$ d. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 1$.

170. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2.1^2 + 3.2^2 + \ldots + (n+1)n^2}{n^4}$ có đáp số là :

a. $\dfrac{1}{2}$ b. $\dfrac{1}{3}$ c. $\dfrac{1}{4}$ d. $\dfrac{1}{6}$.

Hãy chọn đáp số đúng.

171. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{1 + 3 + 5 + \ldots + 2n - 1}{n+1} - \dfrac{2n+1}{2} \right)$ có đáp số là :

a. $\dfrac{3}{2}$ b. 1 c. -1 d. $-\dfrac{3}{2}$.

Hãy chọn đáp số đúng.

172. Dãy số $a_n = \dfrac{n.\sin n!}{n^2 + 1}$. Chọn kết quả đúng :

a. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 1$ b. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \dfrac{1}{2}$

c. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = \infty$ d. $\lim\limits_{x \to \infty} a_n = 0$.

B. Giới hạn của hàm số

173. Hãy xác định xem kết quả nào sai :

a. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2$ b. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} = \dfrac{5}{4}$

c. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{4x^6 - 5x^5 + x}{(1 - x)^2} = 10$ d. $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20} = \dfrac{9}{8}$.

174. Kết quả nào là sai trong (a), (b), (c), (d) :

a. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} = \dfrac{3}{2}$ b. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4 - 6x^2 - 27}{x^3 + 3x^2 + x + 3} = -\dfrac{36}{5}$.

c. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1 + x)(1 + 2x)(1 + 3x) - 1}{x} = 5$

d. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5 + 1}{x^3 + 1} = \dfrac{5}{3}$

175. Tìm đáp số sai :

a. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^m - 1}{x^n - 1} = \dfrac{m}{n}$ b. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x + x^2 + \ldots + x^n - n}{x - 1} = \dfrac{n^2 + n}{2}$

c. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1 + x)(1 + 2x)\ldots(1 + nx) - 1}{x} = \dfrac{n^2 - n}{2}$

d. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^n - nx + n - 1}{(x - 1)^2} = \dfrac{n^2 - n}{2}$.

176. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{n}{1 - x^n} - \dfrac{1}{1 - x}\right)$ có kết quả là :

a. $\dfrac{n}{2}$ b. $\dfrac{n - 1}{2}$ c. $\dfrac{n - 1}{n}$ d. $\dfrac{1}{n}$.

177. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2x + 7} - 3}{2 - \sqrt{x + 3}}$ có kết quả bằng :

a. $\dfrac{4}{5}$ b. $-\dfrac{4}{3}$ c. $-\dfrac{4}{5}$ d. $\dfrac{4}{3}$.

178. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2x + 7} + x - 4}{x^3 - 4x^2 + 3}$ có kết quả bằng :

a. $\dfrac{4}{15}$ b. $\dfrac{2}{5}$ c. $-\dfrac{4}{15}$ d. $-\dfrac{2}{5}$.

179. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[3]{8x + 11} - \sqrt{x + 7}}{x^2 - 3x + 2}$ có kết quả bằng :

a. $\dfrac{7}{54}$ b. $\dfrac{1}{9}$ c. $\dfrac{4}{27}$ d. $\dfrac{1}{6}$.

180. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[4]{2x - 1} + \sqrt[5]{x - 2}}{x - 1}$ có kết quả bằng :

a. $\dfrac{3}{10}$ b. $\dfrac{5}{10}$ c. $\dfrac{7}{10}$ d. $\dfrac{9}{10}$.

181. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$ có kết quả bằng :

a. $\dfrac{1}{3}$ b. $\dfrac{2}{3}$ c. $-\dfrac{1}{3}$ d. $-\dfrac{2}{3}$.

182. $\lim\limits_{x \to 2} \left(\dfrac{1}{x^2 - 3x + 2} + \dfrac{1}{x^2 - 5x + 6} \right)$ có kết quả bằng :

a. -2 b. 2 c. 1 d. -1.

183. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{1}{1 - x} - \dfrac{3}{1 - x^3} \right)$ có kết quả bằng :

a. 1 b. -1 c. 2 d. -2.

184. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x \right)$ bằng :

a. 3 b. $\dfrac{5}{2}$ c. $-\dfrac{5}{2}$ d. -3.

185. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{6}} \dfrac{2\sin^2 x + \sin x - 1}{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}$ bằng :

a. 3 b. -3 c. $\dfrac{1}{3}$ d. $-\dfrac{1}{3}$.

186. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} \dfrac{\tan^3 x - 3\tan x}{\cos\left(x + \dfrac{\pi}{6} \right)}$ bằng :

a. 12 b. -12 c. 24 d. -24.

187. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin px - \cos px}$ bằng :

a. p b. $\dfrac{1}{p}$ c. p^2 d. $\dfrac{1}{p^2}$.

188. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$ bằng :

a. $\dfrac{1}{4}$ b. $\dfrac{1}{2}$ c. 4 d. 2.

189. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(a + 2x) - 2\sin(a + x) + \sin a}{x^2}$ bằng :

a. sina b. –sina c. cosa d. –cosa.

190. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x.\cos 2x.\cos 3x}{1 - \cos x}$ bằng :

a. 12 b. 16 c. 14 d. 18.

191. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x.\cos 5x.\cos 7x}{\sin^2 7x}$ bằng :

a. $\dfrac{83}{49}$ b. $\dfrac{83}{98}$ c. $\dfrac{81}{49}$ d. $\dfrac{81}{98}$.

192. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+x^2-2}{\sin(x-1)}$ bằng :

a. 1 b. 0 c. 5 d. 2.

193. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt[3]{x^2+1}}{\sin x}$ bằng :

a. 0 b. $\dfrac{1}{2}$ c. 1 d. –1.

194. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{2x^2+1}}{1-\cos x}$ bằng :

a. 2 b. –2 c. 1 d. –1.

195. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}$ bằng :

a. 1 b. –1 c. $\dfrac{1}{2}$ d. $-\dfrac{1}{2}$.

196. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos^4 x-\sin^4 x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ bằng :

a. 4 b. –4 c. 2 d. –2.

197. *Chú thêm :* Trong các loạt bài trên, ta sử dụng định lý $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin X}{X}=1$.

Từ bài này, ta sẽ sử dụng thêm hai định lý :

$$\lim_{X\to 0}\frac{\ln(1+X)}{X}=1 \quad \text{và} \quad \lim_{X\to 0}\frac{e^X-1}{X}=1 \quad (X=\varphi(x))$$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-2x^2}-\sqrt[3]{1+x^2}}{\ln(1+x^2)}$ bằng :

a. $\dfrac{7}{3}$ b. $\dfrac{3}{7}$ c. $-\dfrac{7}{3}$ d. $-\dfrac{3}{7}$.

198. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{\sin x}$ bằng :

a. 2 b. 1 c. 3 d. 4.

199. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-e^{2x}}{x}$ bằng :

a. –2 b. 2 c. –1 d. 1.

200. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$ bằng :

a. $b - a$ b. $a - b$ c. $b + a$ d. 0.

201. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x - 1}{x + 3}\right)^{x+2}$ bằng :

a. e^2 b. e^{-2} c. e^4 d. e^{-4}.

202. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{x^3 + x^2}$ bằng :

a. -1 b. 1 c. $-\dfrac{1}{2}$ d. $\dfrac{1}{2}$.

203. $\lim\limits_{x \to 1} (1 + \sin\pi x)^{\cot\pi x}$ bằng :

a. 1 b. e c. $\dfrac{1}{e}$ d. e^{π}.

204. $\lim\limits_{x \to 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$ bằng :

a. e b. $\dfrac{1}{e}$ c. 1 d. $\sqrt{e}$.

205. $\lim\limits_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ bằng :

a. e b. e^2 c. $\sqrt{e}$ d. $\dfrac{1}{e}$.

206. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + 2x} - 1}{2x}$ bằng :

a. 1 b. 2 c. $\dfrac{1}{2}$ d. 0.

Chọn kết quả đúng.

207. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x}{\sqrt{x + 9} - 3}$ bằng :

a. 6 b. 12 c. 18 d. 24.

Chọn kết quả đúng.

208. $\lim\limits_{x \to 7} \dfrac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$ bằng :

a. $-\dfrac{1}{14}$ b. $-\dfrac{1}{28}$ c. $-\dfrac{1}{56}$ d. $-\dfrac{1}{63}$.

Chọn kết quả đúng.

209. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$ bằng :

a. -3 b. $-\dfrac{1}{3}$ c. 3 d. $\dfrac{1}{3}$.

Chọn kết quả đúng.

210. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+7}+x-4}{x^3-4x^2+3}$ bằng :

a. $\dfrac{4}{15}$ b. $\dfrac{2}{5}$ c. $-\dfrac{4}{15}$ d. $-\dfrac{2}{5}$.

Chọn kết quả đúng.

211. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x+1}\right)^{2x}$ bằng số nào trong các số sau :

a. e b. $\dfrac{1}{e}$ c. e^2 d. $\dfrac{1}{e^2}$.

Chọn kết quả đúng.

212. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{x^2}$ bằng số nào ?

a. e^{-3} b. e^3 c. e^{-2} d. e^2.

Chọn kết quả đúng.

213. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)\right]^{\cot x}$ bằng số nào ?

a. e^2 b. e^{-2} c. e d. $\dfrac{1}{e}$.

Chọn kết quả đúng.

Chủ đề 7 : HÀM SỐ LIÊN TỤC

214. Phát hiện câu sai trong (a), (b), (c), (d) :

a. Hàm số $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$ liên tục tại $x = 0$ nếu $f(0) = \dfrac{3}{2}$.

b. Hàm số $y = f(x) = \dfrac{\tan 2x}{x}$ liên tục tại $x = 0$ nếu $f(0) = 2$.

c. Hàm số $y = f(x) = x.\sin\dfrac{1}{x}$ liên tục tại $x = 0$ nếu $f(0) = 1$.

d. Hàm số $y = f(x) = 2^{-\frac{1}{x^2}}$ liên tục tại $x = 0$ nếu $f(0) = 0$.

215. Cho hàm số : $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{3x+5}}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ ax + 1 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$

Để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 1$, giá trị thích hợp của a là :

a. -1 b. $-\dfrac{13}{12}$ c. $\dfrac{11}{12}$ d. $\dfrac{1}{6}$.

216. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \sqrt{\cos 4x}}{x \sin 2x} & \text{nếu } x < 0 \\ \dfrac{x+a}{x+1} & \text{nếu} x \geq 0 \end{cases}$

Để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 0$ thì giá trị thích hợp của a là :

a. 2 b. 0 c. 1 d. $\dfrac{1}{2}$.

217. Cho hàm số : $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x - \cos 2x}{x^2} & \text{nếu } x \neq 0 \\ A + 1 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$

Để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì giá trị thích hợp của A là :

a. $-\dfrac{1}{2}$ b. $\dfrac{1}{2}$ c. 1 d. -1.

218. Cho hàm số : $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2(x^2 - 4)}{\tan^2(x - 2)} & \text{nếu } x \neq 2 \\ A & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$

Để hàm số liên tục tại $x = 2$ thì giá trị thích hợp của A là :

a. 4 b. 8 c. 12 d. 16.

219. Cho phương trình : $\cos x + m\cos 2x = 0$

a. $\forall m$, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in \left(\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right)$.

b. $\forall m$, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in \left(\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{4}\right)$.

c. $\forall m$, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in \left(-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}\right)$.

d. $\forall m$, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in \left(-\dfrac{\pi}{4}, 0\right)$.

220. Cho phương trình : $m(x - 1)^3(x + 2) + 2x + 3 = 0$.

a. $\forall m$, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (-1, 1)$.

b. ∀m, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (-1, 0)$.

c. ∀m, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (0, 1)$.

d. ∀m, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (-2, 1)$.

221. Cho phương trình : $(m^2 - m + 1)x^4 + 2x - 2 = 0$.

a. ∀m, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (-1, 0)$.

b. ∀m, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (0, 1)$.

c. ∀m, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (-2, -1)$.

d. ∀m, phương trình có ít nhất một nghiệm $x \in (1, 2)$.

222. Phương trình : $x^5 + x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 1 = 0$:

a. Có nghiệm $x \in (-2, -1)$ b. Có nghiệm $x \in (1, 2)$

c. Có nghiệm $x \in (-1, 0)$ d. Có nghiệm $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$.

223. Phương trình : $9x^4 - 36x^3 + 37x^2 - 9 = 0$:

a. Có đủ 4 nghiệm phân biệt. b. Có 3 nghiệm thực phân biệt.

c. Có 2 nghiệm. d. Vô nghiệm.

224. Hãy chọn kết luận sai :

a. Hàm số $y = f(x) = \dfrac{3x + 2}{x - 1}$ gián đoạn tại $x = 1$.

b. Hàm số $y = g(x) = \dfrac{x^2 + 3}{x^2 + 4}$ gián đoạn tại $x = \pm 2$.

c. Hàm số $y = \varphi(x) = \dfrac{|x|}{x}$ gián đoạn tại $x = 0$.

d. Hàm số $y = P(x) = \dfrac{\cot x}{x}$ không liên tục trên R.

225. Chọn kết luận sai :

a. Hàm số $y = \dfrac{4x + 3}{x^2 + 2x}$ gián đoạn tại $x = 0$ và $x = -2$.

b. Hàm số $y = \dfrac{x}{\cot x}$ gián đoạn tại $x = k\dfrac{\pi}{2}$ $(k \in Z)$.

c. Hàm số $y = e^{\tan x}$ liên tục trên R.

d. Hàm số $y = \sqrt{x^2 + x}$ không liên tục trên R.

226. Cho hàm số $y = \begin{cases} ax^2 & \text{nếu } x \le 3 \\ 6 & \text{nếu } x > 3 \end{cases}$

Để hàm số liên tục tại $x = 3$ thì giá trị thích hợp của a là :

a. 6 b. 3 c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{1}{3}$.

Chọn kết luận đúng.

227. Cho hàm số : $y = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}{x} & \text{nếu } -4 \le x \le 0 \\ a + \dfrac{5-x}{5+x} & \text{nếu } 0 \le x \le 4 \end{cases}$

Để hàm số này liên tục trên [−4, 4] thì giá trị cần gán cho a là :

a. $-\frac{1}{2}$ b. −1 c. $-\frac{3}{2}$ d. −2.

Chọn kết luận đúng.

228. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{2\sin x - \sqrt{3}}{2\cos x - 1} & \text{nếu } x \ne \dfrac{\pi}{3} \\ m & \text{nếu } x = \dfrac{\pi}{3} \end{cases}$

m là số nào thì f(x) liên tục tại $x = \frac{\pi}{3}$?

a. $m = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ b. $m = -\sqrt{3}$ c. $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$ d. $m = \sqrt{3}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

229. CHo hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-x^3}{1-x} & \text{nếu } x < 1 \\ 1 & \text{nếu } x \ge 1 \end{cases}$

Hãy chọn kết luận đúng :

a. y = f(x) không liên tục tại x = 1.

b. y = f(x) liên tục bên phải x = 1.

c. y = f(x) liên tục bên trái x = 1.

d. y = f(x) liên tục trên R.

230. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \sqrt{\cos 4x}}{x.\sin 2x} & \text{nếu } -\dfrac{\pi}{8} \le x < 0 \\ \dfrac{2x + 3a}{x + 1} & \text{nếu } x \ge 0 \end{cases}$

Để y = f(x) liên tục tại x = 0 thì giá trị thích hợp của a là :

a. 1 b. 2 c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{1}{3}$.

Hãy chọn kết luận đúng.

231. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x - \cos 2x}{x^2} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 2a - 3 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$

Để hàm số này liên tục trên R thì a là số nào ?

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{9}{4}$ c. $\frac{3}{2}$ d. $\frac{9}{2}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Chủ đề 8 : ĐẠO HÀM

232. Cho hàm số : $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & \text{nếu } x \leq 1 \\ ax + b & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$

Để hàm số này có đạo hàm tại x = 1, giá trị thích hợp của a và b là :

a. $a = 1,\ b = \frac{1}{2}$ b. $a = 1,\ b = -\frac{1}{2}$

c. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ d. $a = \frac{1}{2},\ b = -\frac{1}{2}$.

233. Cho hàm số : $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } x \leq 2 \\ -\dfrac{x^2}{2} + bx + c & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$

Để hàm số này có đạo hàm tại x = 2, giá trị tìm được của b và c là :

a. $b = -6, c = 6$ b. $b = 6,\ c = -6$

c. $b = 3,\ c = -3$ d. $b = -3,\ c = 3$.

234. Cho hàm số : $y = f(x) = \begin{cases} ux^2 + vx + 1 & \text{nếu } x \geq 0 \\ (u + x)e^{-vx} & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$

Để hàm số này có đạo hàm tại x = 0, giá trị thích hợp của u và v là :

a. $u = \frac{1}{2}, v = \frac{1}{2}$ b. $u = 1,\ v = -\frac{1}{2}$

c. $u = 1,\ v = \frac{1}{2}$ d. $u = \frac{1}{2},\ v = -\frac{1}{2}$.

235. Cho hàm số : $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{2 - \sqrt{4 - x}}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ \dfrac{1}{4} & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$

Giá trị của đạo hàm hàm số này tại x = 0 : f '(0) bằng :

a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{16}$ c. $\frac{1}{32}$ d. $\frac{1}{64}$.

236. Chọn đáp số sai :

a. $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ $\qquad y' = \dfrac{2(x^2 - 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$

b. $y = \dfrac{x}{(1 - x^2)(1 + x)^3}$ $\qquad y' = \dfrac{4x^2 - x + 1}{(1 - x)^3(1 + x)^4}$

c. $y = \dfrac{(2 - x^2)(3 - x^3)}{(1 - x)^2}$ $\qquad y' = \dfrac{-3x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x + 12}{(1 - x)^3}$

d. $y = \dfrac{(1 - x)^p}{(1 + x)^q}$ $\qquad y' = \dfrac{-(1 - x)^{p-1}[(p - q)x + p + q]}{(1 + x)^{q+1}}$.

237. Đạo hàm của hàm số : $y = \sqrt[m+n]{(1 - x)^m(1 + x)^n}$ bằng :

a. $\dfrac{(m + n) + (m - n)x}{(m + n)\sqrt[m+n]{(1 - x)^n(1 + x)^m}}$ $\qquad$ b. $\dfrac{(m - n) - (m - n)x}{(m + n)\sqrt[m+n]{(1 - x)^n(1 + x)^m}}$

c. $\dfrac{(n - m) - (n + m)x}{(m + n)\sqrt[m+n]{(1 - x)^n(1 + x)^m}}$ $\qquad$ d. $\dfrac{(m + n) + (n - m)x}{(m + n)\sqrt[m+n]{(1 - x)^n(1 + x)^m}}$.

238. Hàm số : $y = \dfrac{\cos x}{2\sin^2 x}$ có đạo hàm bằng :

a. $\dfrac{1 + \sin^2 x}{2\sin^3 x}$ $\qquad$ b. $\dfrac{1 + \cos^2 x}{2\sin^3 x}$

c. $-\left(\dfrac{1 + \sin^2 x}{2\sin^3 x}\right)$ $\qquad$ d. $-\left(\dfrac{1 + \cos^2 x}{2\sin^3 x}\right)$.

239. Hàm số : $y = \dfrac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}$ có đạo hàm bằng :

a. $\left(\dfrac{x}{\cos x + x\sin x}\right)^2$ $\qquad$ b. $\dfrac{-x^2.\cos 2x}{(\cos x + x\sin x)^2}$

c. $\dfrac{2x^2.\sin^2 x}{(\cos x + x\sin x)^2}$ $\qquad$ d. $\dfrac{x.\sin 2x}{(\cos x + x\sin x)^2}$.

240. Hàm số $y = \sin(\cos^2 x).\cos(\sin^2 x)$ có đạo hàm bằng :

a. $-\cos(\cos 2x).\sin 2x$ $\qquad$ b. $\cos(\cos 2x).\sin 2x$

c. $\cos(\sin 2x).\cos 2x$ $\qquad$ d. $-\cos(\sin 2x).\cos 2x$.

241. Cho hàm số : $y = f(x) = \dfrac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$. Biểu thức $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng :

a. -3 $\qquad$ b. $\dfrac{8}{3}$ $\qquad$ c. 3 $\qquad$ d. $-\dfrac{8}{3}$.

242. Cho hàm số : $y = f(x) = \sin^3 5x.\cos^2\dfrac{x}{3}$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng :

a. $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ b. $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ c. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ d. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

243. Cho hàm số : $y = f(x) = \dfrac{-\cos x}{3\sin^3 x} + \dfrac{4}{3}\cot x$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng :

a. $\dfrac{9}{8}$ b. $\dfrac{8}{9}$ c. $-\dfrac{9}{8}$ d. $-\dfrac{8}{9}$.

244. Cho hàm số $y = x.e^{-x}$. Chọn hệ thức đúng :

a. $(1 - x).y' = x.y$ b. $x.y' = (1 + x).y$

c. $x.y' = (1 - x).y$ d. $(1 + x).y' = (x - 1).y$.

245. Hàm số $y = \dfrac{5x^2 - 3x - 20}{x^2 - 2x - 3}$ có đạo hàm cấp hai y'' bằng :

a. $\dfrac{2(7x^3 + 15x^2 - 93x + 77)}{(x^2 - 2x - 3)^3}$ b. $\dfrac{2(7x^3 - 15x^2 + 93x - 77)}{(x^2 - 2x - 3)^3}$

c. $\dfrac{2(7x^3 + 15x^2 + 93x - 77)}{(x^2 - 2x - 3)^3}$ d. $\dfrac{2(7x^3 - 15x^2 - 93x + 77)}{(x^2 - 2x - 3)^3}$.

246. Hàm số $y = \left[\dfrac{1 - x^2}{2}\sin x - \dfrac{(1 + x)^2}{2}\cos x\right].e^{-x}$ có đạo hàm y' bằng :

a. $x^2.\cos x.e^{-x}$ b. $x\sin x.e^{-x}$. c. $x^2.\sin x.\ e^{-x}$. d. $x\cos x.\ e^{-x}$.

247. Hàm số $y = e^{ax}.\dfrac{a\sin bx - b\cos bx}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ có đạo hàm y' bằng :

a. $\sqrt{a^2 + b^2}\ .\ e^{ax}.\sin bx$ b. $\sqrt{a^2 + b^2}\ .\ e^{ax}.\cos bx$

c. $\dfrac{e^{ax}.\sin bx}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ d. $\dfrac{e^{ax}.\cos bx}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

248. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{2}\ln(1 + x) - \dfrac{1}{4}\ln(1 + x^2) - \dfrac{1}{2(1 + x)}$.

Giá trị đúng của f '(1) bằng :

a. $\dfrac{1}{2}$ b. $\dfrac{1}{4}$ c. $\dfrac{1}{8}$ d. $\dfrac{1}{12}$.

249. Hàm số $y = \dfrac{1}{4(1 + x^4)} + \dfrac{1}{4}\ln\left(\dfrac{x^4}{1 + x^4}\right)$ có đạo hàm y' bằng :

a. $\dfrac{1}{x(1 + x^4)^2}$ b. $\dfrac{1}{x^2(1 + x^4)}$ c. $\dfrac{1}{x^2(1 + x^4)^2}$ d. $\dfrac{1}{x^4(1 + x^4)}$.

250. Hàm số $y = f(x) = -\dfrac{\cos x}{2\sin^2 x} + \ln\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{\sin x}}$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ là :

a. 1 b. $\dfrac{1}{2}$ c. $\sqrt{2}$ d. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

251. Hàm số $y = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) - \ln(\sqrt{1+e^x} + 1)$ có đạo hàm y' bằng :

a. $\sqrt{1+e^x}$ b. $\dfrac{1}{\sqrt{1+e^x}}$ c. $\dfrac{e^x}{\sqrt{1+e^x}}$ d. $\dfrac{\sqrt{1+e^x}}{e^x}$.

252. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x}{2}\sqrt{x^2 - a^2} - \dfrac{a^2}{2}\ln(x + \sqrt{x^2 - a^2})$.

Giá trị đúng của f '(2a) là :

a. $a\sqrt{2}$ b. a c. $a\sqrt{3}$ d. 2a.

253. Cho hàm số $y = \varphi(x) = \sqrt{x^2+1} - \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{x^2+1}}{x}\right)$.

Giá trị đúng của φ'(2) là :

a. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b. 1 c. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ d. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

254. Cho hàm số $y = g(x) = -\dfrac{1}{2\sin^2 x} + \ln\tan x$. Giá trị đúng của $g'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ là :

a. $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ b. $\dfrac{12}{\sqrt{3}}$ c. $\dfrac{16}{\sqrt{3}}$ d. $\dfrac{32}{\sqrt{3}}$.

255. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\ln\left(\dfrac{\tan\frac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\tan\frac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}\right)$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ là :

a. $\dfrac{1}{3}$ b. $\dfrac{2}{3}$ c. 1 d. $\dfrac{4}{3}$.

256. Cho hàm số $y = e^{-x}.\sin x$. Tìm hệ thức đúng :

a. $y' + 2y'' - 2y = 0$ b. $y'' + 2y' + 2y = 0$

c. $y'' - 2y' - 2y = 0$ d. $y' - 2y'' + 2y = 0$.

257. Cho hàm số $y = x.\sin x$. Tìm hệ thức đúng :

a. $xy - 2(y' - \sin x) + xy'' = 0$ b. $xy' - 2(y - \sin x) + xy'' = 0$

c. $xy - 2(y'' - \sin x) + xy' = 0$ d. $xy' + 2(y' + \sin x) - xy'' = 0$.

258. Cho hàm số $y = e^{\cos x}$. Hãy chọn hệ thức đúng :

a. $y'.\cos x + y\sin x + y'' = 0$
b. $y'\sin x + y\cos x + y'' = 0$
c. $y'\sin x - y''\cos x + y' = 0$
d. $y'\cos x - y\sin x - y'' = 0$.

259. Cho hàm số $y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x)$. Hãy chọn hệ thức đúng :

a. $xy'' - x^2y' + y = 0$
b. $x^2y'' - xy' - y = 0$
c. $x^2y'' + xy' + y = 0$
d. $x^2y'' - xy' - y = 0$.

260. Cho hàm số $y = x.e^{-\frac{x^2}{2}}$. Hệ thức nào đúng trong các hệ thức sau :

a. $x.y = (1 + x^2).y'$
b. $xy' = (1 + x^2)y$
c. $xy = (1 - x^2).y'$
d. $xy' = (1 - x^2)y$.

261. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{1 + x + \ln x}$. Hãy chọn hệ thức đúng :

a. $x.y = y'(y\ln x + 1)$
b. $xy' = y(y\ln x - 1)$
c. $xy = y(y'.\ln x - 1)$
d. $xy' = y(y\ln x + 1)$.

262. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - \dfrac{1}{2x^2}$. $f'(2) - f'(-2)$ bằng số nào ?

a. 0
b. 8
c. $\dfrac{33}{4}$
d. Một số khác.

Hãy chọn kết quả đúng.

263. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x}$. Biểu thức $0{,}01.f'(0{,}01)$ là số nào ?

a. 9
b. −9
c. 90
d. −90.

Hãy chọn kết quả đúng.

264. Kết quả nào sai ?

a. $y = \left(1 - \dfrac{2}{x^2}\right)^3 \Rightarrow y' = 3\left(1 - \dfrac{2}{x^2}\right)^2 \cdot \dfrac{4}{x^3}$.

b. $y = \dfrac{x^2}{x^2 + 1} \Rightarrow y' = \dfrac{2x}{(x^2 + 1)^2}$.

c. $y = \dfrac{x}{1 - 4x} \Rightarrow y' = \dfrac{1}{(1 - 4x)^2}$

d. $y = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \Rightarrow y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$.

265. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{\cos x}{1 - \sin x}$. Biểu thức $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right) - f'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$ là số nào ?

a. $\frac{4}{3}$ b. $\frac{4}{9}$ c. $\frac{8}{9}$ d. Một số khác.

Chọn trả lời đúng.

266. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{\cos x}{1 + 2\sin x}$. Chọn kết quả sai :

a. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{3}$ b. $f'\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$

c. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{5}{4}$ d. $f'(0) = -2$.

267. Cho hàm số $y = f(x) = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3$. Chọn kết quả sai :

a. $f'(1) = -4$ b. $f'(-1) = 0$ c. $f'(8) = -\frac{9}{16}$ d. $f'(-8) = -\frac{1}{8}$.

268. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{a\sin x + b\cos x + 1}{\cos x - \sin x + 1}$. Để có $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0$ thì :

a. $a + b = 0$ b. $a - b = 0$ c. $2a + b = 0$ d. $2b + a = 0$.

Chọn kết luận đúng.

269. Cho hàm số $y = f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng số nào ?

a. $\frac{3\sqrt{3} - 3}{8}$ b. $\frac{3\sqrt{3} - 6}{8}$ c. $\frac{3\sqrt{3} - 9}{8}$ d. $\frac{3\sqrt{3} - 12}{8}$.

Chọn kết quả đúng.

270. Cho hàm số $y = f(x) = \tan^3 x - 3\tan x + 3x$. $f'(x)$ là biểu thức nào ?

a. $4\tan^3 x$ b. $3\tan^4 x$ c. $3\cot^4 x$ d. $4\cot^3 x$.

Chọn kết quả đúng.

271. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x}}$. $f'(1)$ bằng số nào ?

a. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\sqrt{2}$ c. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d. $\sqrt{3}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

272. Cho hàm số $y = \varphi(t) = \sqrt{1 + \cos^2 t^2}$. $\varphi'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ là số nào ?

a. $-\frac{\sqrt{6\pi}}{3}$ b. $-\frac{\sqrt{6\pi}}{6}$ c. $-\frac{\sqrt{3\pi}}{2}$ d. $-\frac{\sqrt{3\pi}}{3}$

Hãy chọn kết quả đúng.

273. Cho hàm số $F(z) = \dfrac{\cos^2 z}{1 + \sin^2 z}$. Biểu thức $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) - 3.F'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng số nào ?

a. 3 b. $\dfrac{1}{3}$ c. 2 d. $\dfrac{1}{2}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

274. Cho hàm số $y = f(t) = \ln\left(\dfrac{2 + \tan t}{2 - \tan t}\right)$. Hãy chọn kết quả sai :

a. $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 16$ b. $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$ c. $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{8}{3}$ d. $f'(0) = 1$.

275. Cho hàm số $y = f(x) = -\dfrac{\cos x}{3\sin^3 x} + \dfrac{4}{3}\cot x$. $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng số nào ?

a. $\dfrac{9}{8}$ b. $\dfrac{8}{9}$ c. $-\dfrac{9}{8}$ d. $-\dfrac{8}{9}$.

Chọn kết quả đúng.

276. Cho hàm số $y = e^{-x}.\sin x$. Hệ thức nào đúng ?

a. $y' + 2y'' - 2y = 0$ b. $y'' + 2y' + 2y = 0$

c. $y'' - 2y' - 2y = 0$ d. $y' - 2y'' + 2y = 0$.

277. Cho hàm số $y = f(x) = x\sin x$.

Biểu thức $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) + f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) + f''\left(\dfrac{\pi}{2}\right) + f'''\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng số nào ?

a. 2 b. −2 d. 4 d. −4.

Hãy chọn kết quả đúng.

Chủ đề 9 : Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM

278. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 5x + 4$ có đồ thị là (P). Tại các giao điểm của (P) với trục hoành, tiếp tuyến (P) có phương trình :

a. $y = 3x - 3$ và $y = -3x + 12$ b. $y = 3x + 3$ và $y = -3x - 12$

c. $y = 2x - 3$ và $y = -2x + 3$ d. $y = 2x + 3$ và $y = -2x - 3$.

279. Một đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) của hàm số $y = 3x^2 - 5x + 5$ tại A(2, a) và B(b, 3). Hệ số góc của đường thẳng (d) là :

a. 3 hoặc −4 b. −3 hoặc 4 c. 3 hoặc 4 d. −3 hoặc −4.

280. Cho (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Tiếp tuyến của (P) song song với đường thẳng $4x - 2y + 5 = 0$ là đường thẳng có phương trình :

a. $y = 2x - 2$ b. $y = 2x + 2$ c. $y = 2x - 1$ d. $y = 2x + 1$.

281. Hàm số $y = 3x^2 - 2x + 5$ có đồ thị là (P). Tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng $x + 4y + 1 = 0$ là đường thẳng có phương trình :

a. $y = 4x + 1$ b. $y = 4x + 2$ c. $y = 4x - 1$ d. $y = 4x - 2$.

282. Hàm số $y = x^2 - 5x - 8$ có đồ thị là (P). Khi đường thẳng $y = 3x + m$ tiếp xúc với (P), thì tiếp điểm sẽ có tọa độ là :

a. M(4, 12) b. M(–4, 12) c. M(–4, –12) d. M(4, –12).

283. Cho hàm số $y = \frac{x^2}{4} - x + 1$. Từ điểm M(2, –1) có thể kẻ đến đồ thị (P) của hàm số hai tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến này có phương trình :

a. $y = -x + 1$ và $y = x - 3$ b. $y = -x + 3$ và $y = x + 1$

c. $y = -x - 3$ và $y = x - 1$ d. $y = -x - 1$ và $y = x + 3$.

284. Cho hàm số $y = -\frac{x^2}{2} + 2x + 1$ có đồ thị là (P) và đường thẳng (d) có phương trình $y = kx$. Để các tiếp tuyến của (P) tại các giao điểm của (d) và (P) vuông góc nhau, giá trị thích hợp của k là :

a. $k = \frac{4}{5}$ b. $k = \frac{5}{4}$ c. $k = -\frac{4}{5}$ d. $k = -\frac{5}{4}$.

285. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = -\frac{x^3}{3} - 2x^2 - 3x + 1$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng có hệ số góc bằng $\frac{3}{4}$. Đó là các tiếp tuyến :

a. $y = \frac{3}{4}x + \frac{29}{24}$ và $y = \frac{3}{4}x + 3$

b. $y = \frac{3}{4}x - \frac{37}{12}$ và $y = \frac{3}{4}x - 3$

c. $y = \frac{3}{4}x + \frac{37}{12}$ và $y = \frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$

d. $y = \frac{3}{4}x + 3$ và $y = \frac{3}{4}x - \frac{29}{24}$.

286. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 2$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng song song với đường thẳng $2x + y - 5 = 0$. Đó là các tiếp tuyến :

a. $2x + y - \frac{10}{3} = 0$ và $2x + y - 2 = 0$

b. $2x + y - 4 = 0$ và $2x + y - 1 = 0$

c. $2x + y + \frac{4}{3} = 0$ và $2x + y + 2 = 0$

d. $2x + y - 3 = 0$ và $2x + y + 1 = 0$.

287. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x$ có đồ thị là (C). Có hai tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $x + 6y - 6 = 0$. Đó là các đường thẳng :

a. $y = 6x + 6$ và $y = 6x + 12$ b. $y = 6x - 5$ và $y = 6x + 27$

c. $y = 6x + 5$ và $y = 6x - 27$ d. $y = 6x - 6$ và $y = 6x - 12$.

288. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Có hai tiếp tuyến của (C) xuất phát từ điểm A(0, 3). Đó là các đường thẳng :

a. $y = 3x + 3$ và $y = -4x + 3$ b. $y = -3x + 3$ và $y = \frac{15x}{4} + 3$

c. $y = 4x + 3$ và $y = \frac{13}{4}x + 3$ d. $y = -2x + 3$ và $y = \frac{5}{4}x + 3$.

289. Hàm số $y = f(x) = \frac{x^3}{3} - mx^2 - 6mx - 9m + 12$ có đồ thị là (C_m). Khi tham số m thay đổi, các đồ thị (C_m) đều tiếp xúc với một đường thẳng cố định. Đường thẳng này có phương trình :

a. $y = -9x + 9$ b. $y = 9x + 9$

c. $y = -9x + 15$ d. $y = 9x + 15$.

290. (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$. Tiếp tuyến tại điểm A(–3, –2) cắt lại (C) tại điểm M. Tọa độ của M là :

a. M(1, 10) b. M(–2, 1) c. M(2, 33) d. M(–1, 0).

291. Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{3}{2}$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến tại các điểm uốn của (C) có phương trình :

a. $y = 4x - 3$ và $y = -4x - 3$ b. $y = -4x + 3$ và $y = 4x + 3$

c. $y = 3x - 4$ và $y = -3x - 4$ d. $y = -3x + 4$ và $y = 3x + 4$.

292. Cho hàm số $y = x^4 - (3m + 5)x^2 + 4$, có đồ thị (C_m). Để (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $y = -6x - 3$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ thì giá trị thích hợp của m là :

a. $m = 2$ b. $m = 1$ c. $m = -2$ d. $m = -1$.

293. Hàm số $y = x^4 - 3x^2$ có đồ thị là (C). Các tiếp tuyến không song song với trục hoành kẻ từ gốc tọa độ O đến (C) là :

a. $y = 2x$ và $y = -2x$ b. $y = x$ và $y = -x$

c. $y = \frac{4}{3}x$ và $y = -\frac{4}{3}x$ d. $y = 3x$ và $y = -3x$.

294. Cho hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + 5$ có đồ thị (C). Các tiếp tuyến không song song với trục Ox, vẽ từ điểm A(0, 5) đến (C) là :

a. $y = 2\sqrt{2}x + 5$ và $y = -2\sqrt{2}x + 5$

b. $y = 3\sqrt{2}x + 5$ và $y = -3\sqrt{2}x + 5$

c. $y = 4\sqrt{2}x + 5$ và $y = -4\sqrt{2}x + 5$

d. $y = 5\sqrt{2}x + 5$ và $y = -5\sqrt{2}x + 5$.

295. Hàm số $y = \dfrac{-x + 3}{2x - 1}$ có đồ thị là (H). Các tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng (d) : $5x + 4y - 1 = 0$ là :

a. $y = -\dfrac{5}{4}x + \dfrac{21}{8}$ và $y = -\dfrac{5}{4}x - \dfrac{19}{8}$

b. $y = -\dfrac{5}{4}x - \dfrac{21}{8}$ và $y = -\dfrac{5}{4}x + \dfrac{19}{8}$

c. $y = -\dfrac{5}{4}x + 3$ và $y = -\dfrac{5}{4}x - 3$

d. $y = -\dfrac{5}{4}x + \dfrac{23}{8}$ và $y = -\dfrac{5}{4}x - \dfrac{17}{8}$.

296. Cho hàm số $y = \dfrac{x - 4m}{mx - 4}$ có đồ thị là (H_m). Với $m \neq 0$ và $m \neq \pm 1$. (H_m) luôn qua hai điểm cố định A, B. Để tiếp tuyến của (H_m) tại A và tại B song song với nhau, giá trị cần tìm của m là :

a. $m = 2$ b. $m = -2$ c. $m = 3$ d. $m = 0$.

297. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{2x + 3}$ có đồ thị (C). Nếu (C) qua A(1, 1) và tại điểm $B \in (C)$ có hoành độ $x_B = -2$, tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k = 5$ thì các giá trị của a và b là :

a. $a = 2,\ b = 3$ b. $a = 3,\ b = 2$

c. $a = 2,\ b = -3$ d. $a = 3,\ b = -2$.

298. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{x - 1}$ có đồ thị (C). Nếu (C) qua điểm A(3, 1) và tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x - 4$, thì các cặp số (a, b) theo thứ tự là :

a. (2, 4) hay (10, 28) b. (2, −4) hay (10, −28)

c. (−2, 4) hay (−10, 28) d. (−2, −4) hay (−10, −28).

299. Hàm số $y = \dfrac{(m + 1)x + m}{x + m}$ có đồ thị (H_m). Với mọi giá trị $m \neq 0$, (H_m) luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định. Đường thẳng này có phương trình :

a. $y = -x + 1$ b. $y = -x - 1$ c. $y = x + 1$ d. $y = x - 1$.

300. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + 2}{bx + 3}$ có đồ thị (H). Tại điểm $M(-2, -4) \in (H)$, tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $7x - y + 5 = 0$. Các giá trị thích hợp của a và b là :

a. $a = 1,\ b = 2$ b. $a = 2,\ b = 1$

c. $a = 1,\ b = 3$ d. $a = 3,\ b = 1$.

301. Hàm số $y = \dfrac{x + 4}{x + 2}$ có đồ thị (H). Qua $A(0, -2)$ có thể kẻ đến (H) hai tiếp tuyến. Phương trình hai tiếp tuyến này là :

a. $9x + 2y - 4 = 0$ và $x + 2y - 4 = 0$

b. $9x + 2y + 4 = 0$ và $x + 2y + 4 = 0$

c. $9x - 2y - 4 = 0$ và $x - 2y - 4 = 0$

d. $9x - 2y + 4 = 0$ và $x - 2y + 4 = 0$.

302. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{2x - 2}$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến với (C) tại $A(0, -2)$ có phương trình :

a. $x + 2y - 4 = 0$ b. $x + 2y + 4 = 0$

c. $x - 2y - 4 = 0$ d. $x - 2y + 4 = 0$.

303. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + x}{2(x - 1)}$ có đồ thị là (C). Các tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = -\dfrac{x}{2} + 1$ là :

a. $x + 2y = 0$ và $x + 2y - 8 = 0$

b. $x + 2y + 1 = 0$ và $x + 2y + 8 = 0$

c. $x + 2y - 1 = 0$ và $x + 2y + 4 = 0$

d. $x + 2y + 2 = 0$ và $x + 2y - 4 = 0$.

304. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3x + m}{x + 1}$ có đồ thị là (C). Để trên (C) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = x + 1$ thì m phải thỏa điều kiện sau :

a. $m \geq 1$ b. $m \geq -1$ c. $m \geq 2$ d. $m \geq -2$.

305. $y = \dfrac{x^2 + ax + b}{x + 3}$ có đồ thị là (C). Để tại điểm $A\left(0, -\dfrac{4}{3}\right) \in (C)$, tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng $\dfrac{10}{9}$, các giá trị của a và b là :

a. $a = -2,\ b = 4$ b. $a = 2,\ b = -4$

c. $a = -2,\ b = -4$ d. $a = 4,\ b = -2$.

306. (C) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 4x}{x - 1}$. Từ điểm A(1, −4) kẻ được đến (C) một tiếp tuyến duy nhất. Đó là đường thẳng có phương trình :

a. $y = -4x$ b. $y = 4x$ c. $y = -4x + 1$ d. $y = 4x + 1$.

307. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 + (1 - m)x + 1 + m}{-x + m}$ có đồ thị (C_m), $\forall m \neq -1$, (C_m) luôn luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại một điểm cố định. Đường thẳng đó có phương trình :

a. $y = -x - 1$ b. $y = x - 1$ c. $y = -x + 1$ d. $y = x + 1$.

308. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{2(x - 1)}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại $M(0, -2) \in (C)$ cắt hai đường tiệm cận của (C) tại A và B. Tọa độ của A và B là :

a. $A\left(1, -\dfrac{5}{2}\right)$, $B\left(5, -\dfrac{3}{2}\right)$ b. $A\left(1, \dfrac{5}{2}\right)$, $B\left(5, \dfrac{3}{2}\right)$

c. $A\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$, $B\left(-5, \dfrac{5}{2}\right)$ d. $A(1, -2)$, $B(-5, 2)$.

309. Cho hàm số $y = \dfrac{-3x^2 + mx + \dfrac{3}{2}}{2x + m}$ có đồ thị (C_m). Để tiếp tuyến của (C_m) tại $A\left(0, \dfrac{3}{2m}\right) \in (C_m)$ vuông góc với tiệm cận của (C_m), giá trị cần tìm của m là :

a. $m = \pm 2$ b. $m = \pm 3$ c. $m = \pm\sqrt{2}$ d. $m = \pm\sqrt{3}$.

310. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{-x + 1}$. Khi đường thẳng $y = 3x + m$ tiếp xúc (C), thì giá trị thích hợp của m là :

a. −2 hoặc 6 b. 2 hoặc −6 c. −3 hoặc 4 d. 3 hoặc −4.

311. Từ điểm M(2, −5) có thể kẻ đến đồ thị (C) của hàm số : $y = \dfrac{-x^2 - x + 3}{x + 1}$ hai tiếp tuyến phân biệt. Các tiếp điểm của hai tiếp tuyến này với (C) là :

a. $A\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$, $B(-2, -1)$ b. $A(2, -1)$, $B(-1, 9)$

c. $A(0, 3)$, $B(-4, 3)$ d. $A\left(3, -\dfrac{9}{4}\right)$, $B\left(-3, \dfrac{3}{2}\right)$.

312. Với $m \neq 0$ và $m \neq -6$, đồ thị (C_m) của hàm số $y = \dfrac{-x^2 + x - m}{2x + m}$ luôn đi qua hai điểm cố định A và B. Để hai tiếp tuyến của (C_m) tại A và tại B vuông góc với nhau, các giá trị thích hợp của m là :

a. $3 - 3\sqrt{3}$ hay $3 + 3\sqrt{3}$ b. $3 - 2\sqrt{3}$ hay $3 + 2\sqrt{3}$

c. $-3 - 2\sqrt{3}$ hay $-3 + 2\sqrt{3}$ d. $-3 - 3\sqrt{2}$ hay $-3 + 3\sqrt{2}$.

313. Đồ thị (C_m) của hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x + m}$ luôn cắt trục Ox tại hai điểm A và B. Để hai tiếp tuyến của (C_m) tại A và tại B vuông góc với nhau, giá trị cần tìm của m là :

a. $m = 3$ hay $m = -1$ b. $m = 1$ hay $m = -3$

c. $m = 2$ hay $m = -2$ d. Không có giá trị nào.

314. Một đường thẳng AB cắt đồ thị (P) của hàm số $y = 2x^2 - 3x + 5$ tại A(2, a); B(b, 10). Tiếp tuyến của (P) song song với đường thẳng AB sẽ có hệ số góc bằng :

a. 1 hoặc –6 b. –1 hoặc 6 c. 2 hoặc –3 d. –2 hoặc 3.

Hãy chọn trả lời đúng.

315. Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2}{2} + 4x + 4$. Tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng $x + 2y - 2 = 0$ là đường thẳng có phương trình :

a. $2x - y + 1 = 0$ b. $2x - y - 1 = 0$

c. $2x - y + 2 = 0$ d. $2x - y - 2 = 0$.

Hãy chọn trả lời đúng.

316. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$ có đồ thị là (C). Trong số các tiếp tuyến của (C), có một tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất. Hệ số góc của tiếp tuyến này bằng :

a. –3,5 b. –5,5 c. –7,5 d. –9,5.

Hãy chọn kết quả đúng.

317. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị là (C). Hãy chọn trong các đường thẳng sau đây một cặp tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng 9 :

I. $y = 9x + 5$ II. $y = 9x - 5$

III. $y = 9x + 27$ IV. $y = 9x - 27$.

Sau đây là các chọn lựa của bốn học sinh :

a. I, II b. II, III c. I, III d. I, IV.

Chọn lựa nào đúng ?

318. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2$ và bốn đường thẳng :

(d_1) : $y = -8x - 3$ (d_2) : $y = -8x + 3$

(d_3) : $y = 8x - 3$ (d_4) : $y = 8x + 3$.

Có một cặp đường thẳng là cặp tiếp tuyến tại hai điểm uốn của đồ thị $y = x^4 - 6x^2$. Hãy chọn trả lời đúng :

a. d_1 và d_3 b. d_2 và d_3 c. d_1 và d_4 d. d_2 và d_4.

Chủ đề 10 : TÍNH ĐƠN ĐIỆU – CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

319. Cho hàm số $y = a\sin x + b\cos x + x$. Hệ thức liên quan giữa a và b để hàm số luôn luôn đồng biến trên R là :

a. $\begin{cases} a^2 + b^2 < 1 \\ a > 1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} a^2 + b^2 \le 1 \\ a < 1 \end{cases}$

c. $\begin{cases} a^2 + b^2 > 1 \\ a < 1 \end{cases}$ d. $\begin{cases} a^2 + b^2 \ge 1 \\ a > 1 \end{cases}$

320. Để hàm số $y = (m - 3)x - (2m + 1)\cos x$ giảm trên tập xác định, giá trị thích hợp của m là :

a. $m < 3$ b. $\frac{2}{3} < m < 3$

c. $m < -4$ hoặc $m > 3$ d. $-4 \le m \le \frac{2}{3}$.

321. Để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + (a - 1)x^2 + (a + 3)x - 4$ đồng biến trong khoảng $(0, 3)$ thì giá trị cần tìm của tham số a là :

a. $a > -3$ b. $-3 < a < \frac{12}{7}$ c. $a > \frac{12}{7}$ d. $a < -3$.

322. Cho hàm số $y = x^3 - 3(2m + 1)x^2 + (12m + 5)x + 2$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2, +\infty)$, giá trị cần tìm của tham số m là :

a. $-\frac{1}{\sqrt{6}} \le m \le \frac{1}{\sqrt{6}}$ b. $m > \frac{1}{2}$

c. $m < -\frac{1}{\sqrt{6}}$ d. $m \le \frac{5}{12}$.

323. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 - mx + m + 2}{-x + m + 1}$. Để hàm số này nghịch biến trong khoảng $(2, +\infty)$, giá trị thích hợp của m là :

a. $4 - 3\sqrt{2} < m < 4 + 3\sqrt{2}$ b. $m < 1$

c. $m \le 4 - 3\sqrt{2}$ d. $m \ge 4 + 3\sqrt{2}$.

324. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m - 2)x^2 + (4m - 8)x + m + 1$. Để hàm số đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa $x_1 < -2 < x_1$, giá trị thích hợp của m là :

a. $m < 2$ hay $m > 6$

b. $2 < m < 6$

c. $\frac{3}{2} < m < 2$

d. $m < \frac{3}{2}$.

325. Cho hàm số $y = x^4 - 8ax^3 + 6(a + 2)x^2 + 4$. Để hàm số chỉ có một cực tiểu mà không có cực đại, giá trị thích hợp của tham số a là :

a. $a > 1$

b. $a < -\frac{2}{3}$

c. $-\frac{2}{3} \leq a \leq 1$

d. $-1 \leq a \leq \frac{2}{3}$.

326. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m - 1)x^2 + 3(m - 2)x + 1$. Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa $x_1 + 2x_2 = 1$, thì giá trị cần tìm của m là :

a. $m = 2$ hay $m = \frac{2}{3}$

b. $m = -2$ hay $m = -\frac{2}{3}$

c. $m = 1$ hay $m = \frac{3}{2}$

d. $m = -1$ hay $m = -\frac{3}{2}$.

327. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 1$. $\forall m \neq 0$ luôn tồn tại đường thẳng (d) đi qua hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và (d) có phương trình :

a. $y = -\frac{2m}{3}x + 1$

b. $y = -\frac{2m^2}{9}x + 1$

c. $y = \frac{2m}{3}x - 1$

d. $y = \frac{2m^2}{9}x - 1$.

328. Hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$ có đồ thị (C_m). Tìm kết luận sai :

a. $\forall m$, y luôn có cực đại và cực tiểu.

b. Đường thẳng nối hai điểm cực trị luôn vuông góc với đường thẳng

$$x - 2y = 0.$$

c. Đường thẳng nối hai điểm cực trị luôn đi qua điểm uốn của (C_m).

d. $\forall m$, (C_m) luôn cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

329. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C). Tìm câu sai :

a. Hàm số tăng trên R.

b. Trên (C), tồn tại hai điểm $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ sao cho 2 tiếp tuyến của (C) tại A và tại B vuông góc với nhau.

c. (C) chỉ cắt trục hoành Ox tại một điểm duy nhất.

d. Phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn của (C) là trục $\overrightarrow{Ox}$: $y = 0$.

330. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$. Để hàm số có cực đại và cực tiểu, điều kiện cho tham số m là :

a. $m < -1$ hay $m > 2$ b. $-1 < m < 2$

c. $m < -2$ hay $m > 1$ d. $-2 < m < 1$.

331. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 4}{m(x+1)}$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu, đồng thời giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu nhau, điều kiện cho tham số m là :

a. $-\dfrac{1}{4} < m < 1$ b. $m < -\dfrac{1}{4}$ hay $m > 1$

c. $-1 < m < \dfrac{1}{4}$ d. $m > 1$.

332. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đồ thị là (C). Tìm kết quả sai :

a. Phương trình tiếp tuyến (T) của (C) tại $M\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$ là : $y = \dfrac{3}{4}(x + 1)$.

b. (T) cắt tiệm cận đứng của (C) tại A(–1, 0).

c. (T) cắt tiệm cận xiên của (C) tại B(3, 3).

d. Tích số các khoảng cách từ $M\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$ đến hai tiệm cận của (C) bằng $\sqrt{2}$.

333. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 4}$ có đồ thị (C). Tìm kết quả sai :

a. Tâm đối xứng của (C) : I(–4, –5).

b. Tích số khoảng cách từ một điểm M ∈ (C) đến hai tiệm cận bằng $3\sqrt{2}$.

c. Tích số : $y_{\text{cực đại}} \cdot y_{\text{cực tiểu}} = 1$.

d. Phương trình tiếp tuyến tại A(–1, 0) ∈ (C) : $x - 3y + 3 = 0$.

334. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 2x + a}{x - 3}$. Để hàm số có giá trị cực tiểu m, giá trị cực đại M và $m - M = 4$, giá trị thích hợp của a là :

a. 1 b. 2 c. –1 d. –2.

335. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2m}{2x + m}$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu và hiệu số $y_{\text{cực đại}} - y_{\text{cực tiểu}} > \sqrt{5}$, giá trị thích hợp của m là :

a. $m < -4$ hay $m > 0$ b. $-5 < m < -4$

c. $0 < m < 1$ d. $m < -5$ hay $m > 1$.

336. Cho hàm số $y = \cos x + ax$. Với giá trị nào của a thì hàm số đồng biến trên R ?

a. $a \geq 1$ b. $a \leq -1$ c. $0 < a \leq 1$ d. $-1 \leq a < 0$.

Hãy chọn kết luận đúng.

337. Cho hàm số $y = 2x + \ln(x + 2)$. Hãy chọn mệnh đề sai :

a. Hàm số có tập xác định $D = R\backslash(-\infty, -2]$.

b. $x = -\frac{5}{2}$ là điểm tới hạn của hàm số.

c. Hàm số tăng trên tập xác định.

d. $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.

338. Để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{mx^2}{2} + x + 5$ đồng biến trên khoảng $(1, +\infty)$ thì các giá trị thích hợp của tham số m là :

a. $m \leq -2$ b. $m \geq -2$ c. $m \leq 2$ d. $m \geq 2$.

Hãy chọn kết luận đúng.

339. Cho hàm số $y = x^3 - 3(a - 1)x^2 + 3a(a - 2)x + 4$. Để hàm số này đồng biến trên các đoạn $[-2, -1]$ và $[1, 2]$ thì :

I. $a \geq 4$ II. $a \leq -2$ III. $a = 1$.

Kết luận nào đúng ?

a. I, II b. II, III c. I, III d. I, II, III.

340. Cho hàm số $y = (m + 2)x^3 + 3x^2 + mx + 2$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì giá trị thích hợp của m có thể là :

a. $m = +2$ b. $m = -1$ c. $m = \frac{1}{2}$ d. $m = -2$.

Chọn trả lời đúng.

341. Cho hàm số $y = x^3 - (3m + 1)x^2 + (m^2 + 3m + 2)x + 3$. Để đồ thị của hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu ở về hai phía của trục tung thì giá trị cần có của tham số m là :

a. $1 < m < 2$ b. $2 < m < 3$ c. $-2 < m < -1$ d. $-3 < m < -2$

Hãy chọn kết luận đúng.

342. Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}mx^2 + \frac{m^3}{2}$ có đồ thị là (C_m). Để hai điểm cực đại và cực tiểu của (C_m) đối xứng với nhau qua đường phân giác $y = x$ thì giá trị cần tìm của m là :

a. $m = \pm 1$ b. $m = \pm 2$ c. $m = \pm\sqrt{2}$ d. $m = \pm\sqrt{3}$.

Chọn kết luận đúng.

343. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu và hai giá trị cực đại ($y_{CĐ}$), cực tiểu (y_{CT}) thỏa điều kiện $|y_{CĐ} - y_{CT}| > 8\sqrt{2}$ thì có thể chọn m bằng :

a. $m = -2$ b. $m = 1$ c. $m = 3$ d. $m = -3$.

Chọn lựa nào sai ?

344. Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - mx^2 - x + m$. Gọi $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ là tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thì tỉ số $\dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ bằng :

a. $\dfrac{2}{3}(1 + m^2)$ b. $\dfrac{1}{3}(1 + m^2)$

c. $-\dfrac{2}{3}(1 + m^2)$ d. $-\dfrac{1}{3}(1 + m^2)$.

Hãy chọn kết quả đúng.

345. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$. Để hàm số có cực đại và cực tiểu giá trị có thể chọn cho tham số m là :

a. $m = 1$ b. $m = -2$ c. $m = 3$ d. $m = -3$.

Kết quả nào sai ?

346. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2mx + 2}{x + 1}$. Để đồ thị của hàm số có điểm cực đại, điểm cực tiểu và khoảng cách từ hai điểm đó đến đường thẳng $x + y + 2 = 0$ bằng nhau, giá trị của m bằng :

a. $m = 1$ b. $m = 2$ c. $m = \dfrac{1}{2}$ d. $m = \dfrac{3}{2}$.

Chọn giá trị đúng.

347. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 4}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sai ?

a. (C) có tâm đối xứng là $I(-4, -5)$.

b. Tích số các khoảng cách từ $M(x_0, y_0) \in (C)$ đến hai tiệm cận của (C) bằng $3\sqrt{2}$.

c. Tích $y_{\text{cực đại}} \cdot y_{\text{cực tiểu}} = 1$.

d. Phương trình tiếp tuyến tại $A(-1, 0) \in (C)$: $x - 3y + 3 = 0$.

Chủ đề 11 : TÍNH LỒI LÕM VÀ ĐIỂM UỐN CỦA ĐỒ THỊ

348. Cho hàm số $y = 2x^2 + 16\cos x - \cos 2x$. Hoành độ các điểm uốn của đồ thị hàm số này là :

a. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$
b. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$
c. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
d. $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

349. Giá trị thích hợp của m để đồ thị hàm số :

$$y = x^3 + 3mx^2 + (m + 2)x - m + 2$$

có điểm uốn nằm trên trục hoành là :

a. 1 , $\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$, $\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$
b. -1 , $\frac{1+\sqrt{17}}{4}$, $\frac{1-\sqrt{17}}{4}$
c. 1 , $-\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$
d. -1 , $\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{4}$.

350. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + x + 1$. Để điểm I (1, –2) là điểm uốn của đồ thị hàm số, các giá trị của a và b lần lượt là :

a. –2, 6
b. 2, –6
c. –2, –6
d. 2, 6.

351. Đồ thị của hàm số $y = \frac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$ có 3 điểm uốn. Tọa độ của các điểm uốn này là :

a. $(-1, 0)$, $(2, 9)$, $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)$
b. $(1, 2)$, $(2, -9)$, $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}\right)$
c. $(0, 1)$, $(-2, -9)$, $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}\right)$
d. $(-2, 1)$, $(1, -2)$, $\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)$.

352. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x + 1}$ có ba điểm uốn. Tọa độ ba điểm uốn này là :

a. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$, $(1, -2)$, $(2, 0)$
b. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$, $(-1, 2)$, $(-2, 1)$
c. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$, $(1, 2)$, $(-2, 0)$
d. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$, $(-1, -2)$, $(2, 1)$.

353. Ba điểm uốn của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$ đều nằm trên một đường thẳng. Đường thẳng này có phương trình :

a. $x + 4y - 3 = 0$
b. $x - 4y - 3 = 0$
c. $x + 4y + 3 = 0$
d. $x - 4y + 3 = 0$.

354. Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$ có 3 điểm uốn. Ba điểm uốn này đều nằm trên một đường thẳng có phương trình :

a. $2x - 3y + 1 = 0$
b. $2x - 3y - 1 = 0$
c. $2x + 3y + 1 = 0$
d. $2x + 3y - 1 = 0$.

355. Ba điểm uốn của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x - 2}{x^2 - x + 1}$ đều nằm trên một đường thẳng có phương trình :

a. $x - 3y + 5 = 0$
b. $x - 3y - 5 = 0$
c. $x + 3y + 5 = 0$
d. $x + 3y - 5 = 0$.

356. Đồ thị của hàm số $y = e^{-x^2 + 2x + 3}$ có hai điểm uốn. Hoành độ của các điểm uốn này là :

a. $x = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ hay $x = 1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
b. $x = -1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ hay $x = -1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
c. $x = -1 + \sqrt{2}$ hay $x = -1 - \sqrt{2}$
d. $x = 1 + \sqrt{2}$ hay $x = 1 - \sqrt{2}$.

357. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m + 2)x + 2m + 3$. Để điểm uốn của đồ thị hàm số nằm trên đường parabol $y = 2x^2$, giá trị thích hợp của m là :

a. $m = 1, m = -\dfrac{3}{2}$
b. $m = -1, m = \dfrac{3}{2}$
c. $m = 1, m = -3$
d. $m = -1, m = 3$.

358. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2$. Để đồ thị của hàm số nhận điểm $I(-1, -2)$ làm điểm uốn, thì các giá trị thích hợp của a, b là :

a. $a = 1, b = 3$
b. $a = -1, b = -3$
c. $a = -3, b = 1$
d. $a = 3, b = -1$.

Hãy chọn kết quả đúng.

359. Cho hàm số $y = x^4 + 2bx^2 + 4$ có đồ thị là (C). Để (C) không có điểm uốn, thì giá trị thích hợp của b là :

a. $b < 0$
b. $b > 0$
c. Không có giá trị nào
d. Các kết luận trên đều sai.

Hãy chọn kết luận đúng.

Chủ đề 12 : TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ

360. Tìm kết luận sai trong bốn kết luận sau :

a. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 1}$ có 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.

b. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ có 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận xiên.

c. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x^2 + x + 2}$ có 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.

d. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{x^2 - x - 2}$ có 2 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận xiên.

361. Cho hàm số $y = \dfrac{4x^3 + 1}{x^2 - x + 2}$ có đồ thị (C). (C) chỉ có 1 tiệm cận xiên. Đó là đường thẳng :

a. $y = 4x - 4$ b. $y = 4x + 4$ c. $y = 4x - 2$ d. $y = 4x + 2$.

362. Cho hàm số $y = \dfrac{x + 2}{x^2 - 4x + m}$ có đồ thị là (C). Hãy chọn câu sai:

a. (C) có một tiệm cận ngang, hai tiệm cận đứng nếu $m < 4$.

b. ([illegible] có tiệm cận ngang là trục hoành, một tiệm cận đứng nếu $m = 4$.

c. (C) có một tiệm cận ngang, hai tiệm cận đứng $\forall m$.

d. (C) chỉ có một tiệm cận ngang nếu $m > 4$.

363. (C) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^3 + 1}{x^2 - mx + 1}$. Chọn câu đúng : (C) có hai tiệm cận song song với trục Oy nếu :

a. $m = -2$ hay $m = 2$ b. $m < -2$ hay $m > 2$

c. $m < -4$ hay $m > 4$ d. $-2 < m < 2$.

364. Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + 3ax + 2a + 1}{x + 2}$ có đồ thị là (C_a). $\forall a$, tiệm cận xiên của (C_a) luôn đi qua một điểm cố định. Tọa độ điểm cố định đó là :

a. $(-1, 2)$ b. $(1, -2)$ c. $(-1, 0)$ d. $(1, 0)$.

365. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2mx + 1}{x - 1}$. Tiệm cận xiên của (C) cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại A và B. Để diện tích tam giác OAB bằng 4,5 đơn vị diện tích, giá trị thích hợp của tham số m là :

a. $m = 2$ hay $m = -1$ b. $m = 1$ hay $m = -2$

c. $m = -3$ hay $m = 4$ d. $m = -4$ hay $m = 3$.

366. Hàm số $y = \dfrac{mx^2 + 3x + m}{x - 1}$ $(m \neq 0,\ m \neq -\dfrac{3}{2})$ có đồ thị là (C). Tiệm cận xiên của (C) cắt hai trục tọa độ tại A và B. Để tam giác OAB có diện tích bằng 6 đơn vị diện tích, giá trị của m là :

a. $m = 3 \vee m = -9 \pm 6\sqrt{2}$ b. $m = -3 \vee m = 9 \pm 6\sqrt{2}$

c. $m = 6 \vee m = 4$ d. $m = -6 \vee m = -4$.

367. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x.\cos\alpha + 1}{x + 2\sin\alpha}$ có đồ thị là (C_α). Để tiệm cận xiên của (C_α) đi qua điểm $A(0, \sqrt{2})$, giá trị lựa chọn cho $\alpha \in (0, 2\pi)$ là :

a. $\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3}$ b. $\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{7\pi}{6}$ c. $\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4}$ d. $\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{17\pi}{12}$.

368. Hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 1}$ có đồ thị là (H). Tích số các khoảng cách từ một điểm M tùy ý thuộc (H) đến hai đường tiệm cận của (H) bằng :

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5.

369. Hàm số $y = \dfrac{2x + 2}{x - 1}$ có đồ thị là (H). Điểm thuộc nhánh bên phải của (H) có tổng khoảng cách đến hai tiệm cận của (H) nhỏ nhất là điểm M có tọa độ :

a. M(3, 4) b. M(3, –4) c. M(–3, 4) d. M(–3, –4).

370. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 3}$ có đồ thị là (C). Tích số các khoảng cách từ một điểm M tùy ý thuộc (C) tới hai đường tiệm cận của (C) là một hằng số. Hằng số này bằng :

a. $\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{2}$ c. $3\sqrt{2}$ d. $4\sqrt{2}$.

371. Hàm số $y = \dfrac{2m^2x^2 + (2m - m^3)x + 2 - m^2}{mx + 1}$ $(m \neq 0)$ có đồ thị (C_m) $\forall m \neq 0$, tiệm cận xiên của (C_m) luôn tiếp xúc với một parabol cố định. Parabol này có phương trình :

a. $y = x^2$ b. $y = -x^2$ c. $y = x^2 + 1$ d. $y = -x^2 + 1$.

372. (C_m) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{4(m + 1)x^2 - 4mx - m^3 + m^2 - 2}{2x - m}$ với $m \neq -1$, tiệm cận xiên của (C_m) luôn tiếp xúc với một parabol cố định. Đó là một parabol có phương trình :

a. $y = x^2 - 3x + 1$ b. $y = -x^2 + 3x - \dfrac{1}{4}$

c. $y = x^2 - 3x - 1$ d. $y = -x^2 + 3x + \dfrac{1}{4}$.

373. (C_α) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2\cos\alpha + x + \sin^2\alpha\cos\alpha + \sin\alpha}{x + \cos\alpha}$.

Với $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{\pi}{2}$, tiệm cận xiên của (C_α) luôn tiếp xúc với một parabol cố định. Parabol này có phương trình :

a. $y = \dfrac{x^2}{4} + 1$ b. $y = -\dfrac{x^2}{4} + 1$ c. $y = \dfrac{x^2}{4} - 1$ d. $y = -\dfrac{x^2}{4} - 1$.

374. Cho hàm số $y = \dfrac{5x - 3}{x^2 + 4x - m}$ có đồ thị (C_m). Câu phát biểu nào sai ?

a. Nếu $m < -4$, (C_m) có một tiệm cận ngang.

b. Nếu $m = -4$, (C_m) có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

c. Nếu $m > -4$, (C_m) có hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

d. $\forall m$, (C_m) luôn luôn có hai tiệm cận đứng.

375. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 2}$ và điểm $M(x_0;\ y_0)$ tùy ý thuộc (C). Biết rằng điểm M thuộc nhánh bên phải tiệm cận đứng của (C). Để điểm M ở gần tâm đối xứng của (C) nhất, thì x_0 là giá trị nào ?

a. $x_0 = 1 - \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$ b. $x_0 = \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}} - 1$ c. $x_0 = 1 + \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$ d. $x_0 = -1 - \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

376. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 + x + 3}{x + 1}$ có đồ thị là (C). Tiệm cận xiên của (C) và hai trục Ox, Oy tạo thành một tam giác có chu vi bằng :

a. $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ b. $\dfrac{2 + \sqrt{5}}{2}$ c. $\dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$ d. $\dfrac{4 + \sqrt{5}}{2}$

Hãy chọn kết quả đúng.

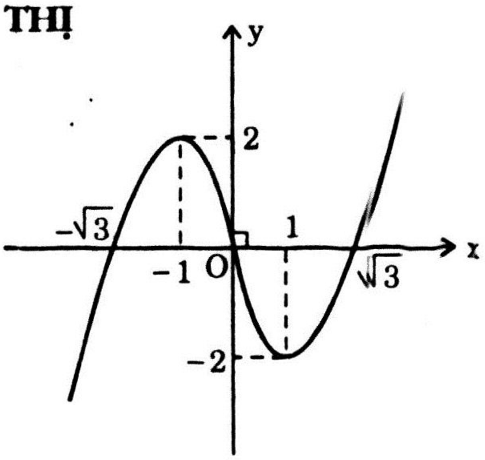
Chủ đề 13 : ĐỒ THỊ – CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI. TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ

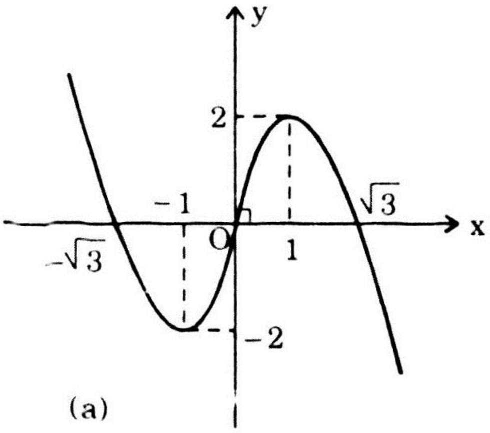
377. Hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

Đồ thị của hàm số :

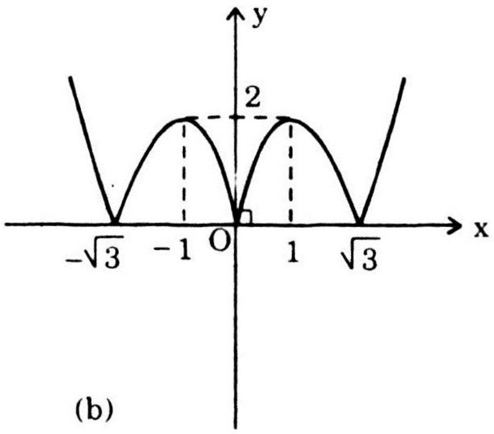
$$y = |x|^3 - 3|x|$$

là hình vẽ nào trong 4 hình (a), (b), (c), (d) sau đây :

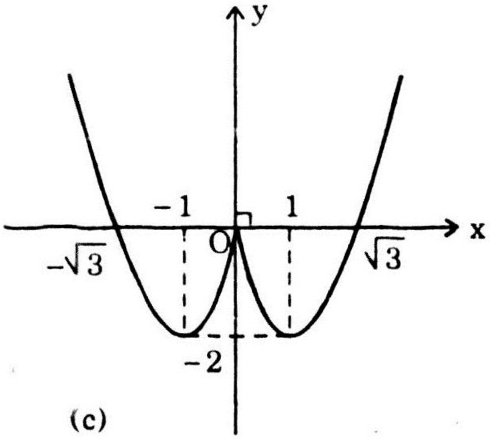



y
2
−1
$\sqrt{3}$
x
O
1
$-\sqrt{3}$
−2

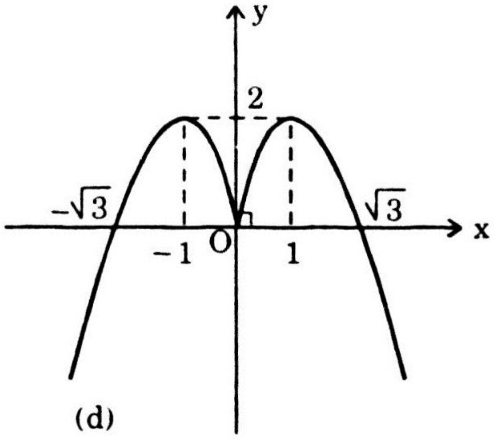
(a)


y
2
x
$-\sqrt{3}$
−1
O
1
$\sqrt{3}$

(b)


y
−1
1
x
O
$-\sqrt{3}$
$\sqrt{3}$
−2

(c)

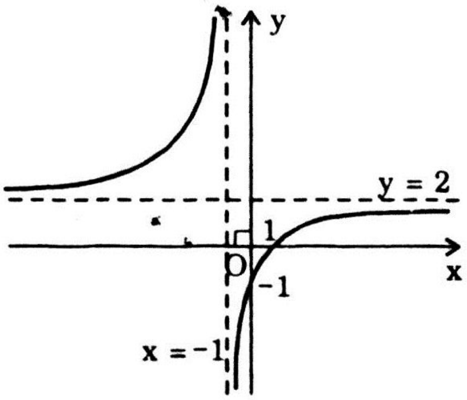

y
2
$-\sqrt{3}$
$\sqrt{3}$
x
−1
O
1

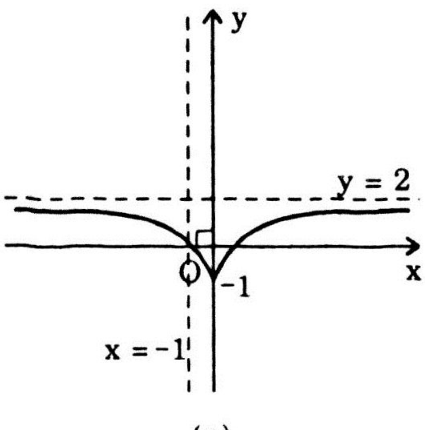
(d)

378. Hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (H) là hình bên.

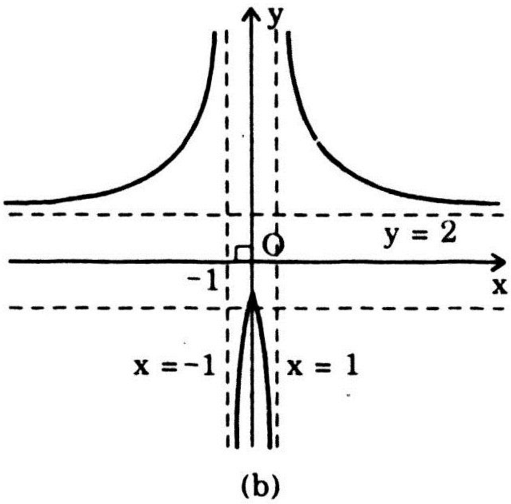
Hãy chọn trong 4 hình (a), (b), (c), (d), hình nào là đồ thị của hàm số

$$y = \frac{|2x-1|}{x+1}.$$

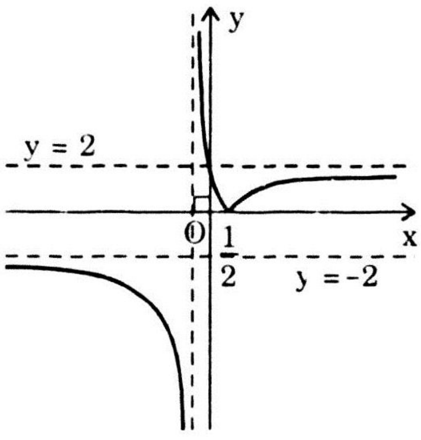




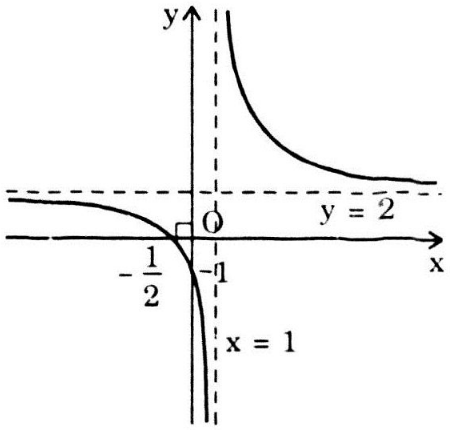
(a)


y
y = 2
O
−1
x
x = −1
x = 1

(b)


y
y = 2
O
$\frac{1}{2}$
x
y = -2

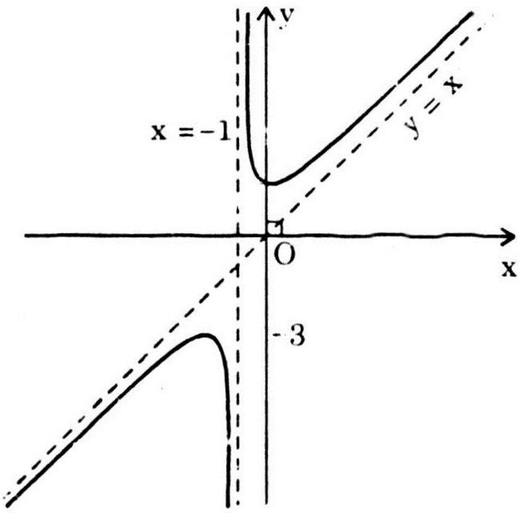
(c)

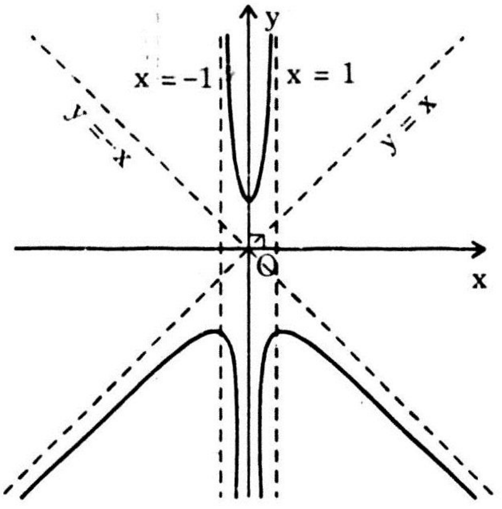

y
O
y = 2
x
$-\frac{1}{2}$
-1
x = 1

(d)

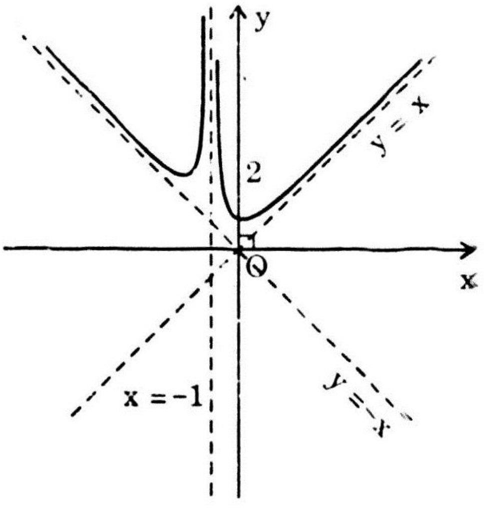
379. Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) là hình bên.

Hãy chọn trong 4 hình (a), (b), (c), (d), hình nào là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{|x + 1|}$.

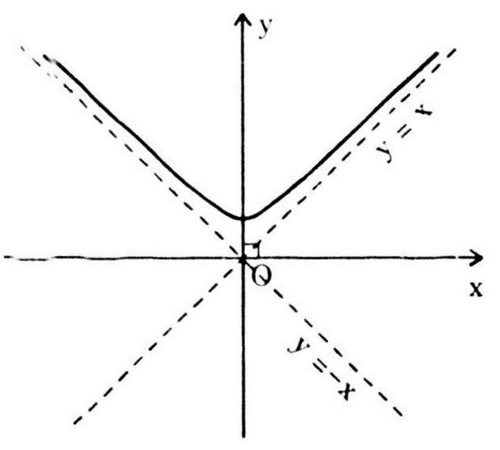



y
x = -1
x = 1
y = -x
y = x
O
x

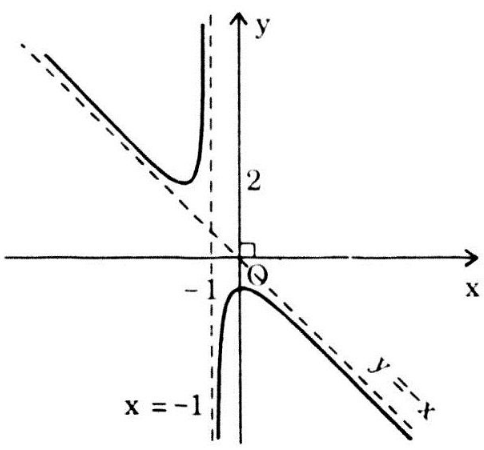
(a)


y
2
y = x
O
x
x = -1
y = -x

(b)



(c)



(d)

380. Đồ thị (C') của hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$ chính là đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ được tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{OI}$. Tọa độ điểm I (gốc tọa độ mới) là :

a. I(1, 2) b. I(2, 1) c. I(–1, –2) d. I(–2, –1).

381. Đồ thị (C') của hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x}$ chính là đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ được tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{OI}$. Tọa độ điểm I là :

a. I(–1, 3) b. I(1, –3) c. I(3, –1) d. I(–3, 1).

382. (P) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2}{4} - x + 2$. (d) là đường thẳng đi qua điểm A(1, –1) và có hệ số góc bằng k. Giá trị thích hợp của k để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt là :

a. $k < -1$ hay $k > 2$ b. $k < -2$ hay $k > 1$

c. $-1 < k < 2$ d. $-2 < k < 1$.

383. (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. (d) là đường thẳng đi qua điểm M(–1, 2) và có hệ số góc bằng k. Giá trị thích hợp của k để (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt là :

a. $k > 0$ và $k \neq 9$ b. $k < 0$ và $k \neq 4$

c. $k > -4$ và $k \neq 0$ d. $k < 4$ và $k \neq 1$.

384. (H) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x - 4}{x - 2}$, còn (d) là đường thẳng $y = kx - 2$. Để (d) cắt (H) tại hai điểm phân biệt, hệ số góc k của (d) phải thỏa điều kiện :

a. $k < -\dfrac{1}{2}$ hay $k > 2$ b. $k < -2$ hay $k > \dfrac{1}{2}$

c. $\begin{cases} k < \frac{1}{2} \text{ hay } k > \frac{9}{2} \\ k \neq 0 \end{cases}$ d. $k < -\frac{9}{2}$ hay $k > -\frac{1}{2}$.

385. Đường thẳng $y = -x + m$ luôn cắt đồ thị $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ tại hai điểm P, Q. Để độ dài đoạn PQ ngắn nhất, giá trị thích hợp cho m là :

a. $m = -1$ b. $m = 1$ c. $m = -2$ d. $m = 2$.

386. Hàm số $y = (4 - x)(1 - x)^2$ có đồ thị (C). Gọi (d) là đường thẳng đi qua giao điểm của (C) với trục Oy và có hệ số góc bằng k. Để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt, giá trị thích hợp của k là :

a. $k < 0$ và $k \neq -9$ b. $k > 0$ và $k \neq 9$

c. $k < 1$ và $k \neq -4$ d. $k > 1$ và $k \neq 3$.

387. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1 - m}{2}x^2 - mx + \frac{2m}{3}$ có đồ thị (C_m). Để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt, điều kiện thích hợp cho tham số m là :

a. $m < -4$ hay $-\frac{1}{7} < m < 0$ hay $m > 1$

b. $m < -3$ hay $-\frac{1}{4} < m < 1$ hay $m > 2$

c. $m < -2$ hay $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{2}$ hay $m > 1$

d. $m < -1$ hay $-\frac{1}{2} < m < 0$ hay $m > 1$.

388. Hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x - 2}{x - 1}$ có đồ thị là (C). Để đường thẳng $y = ax + 1$ cắt (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của (C), tham số a phải thỏa điều kiện sau :

a. $a > 1$ b. $a < 1$ c. $a > 2$ d. $a < 2$.

389. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x + a}{x + a}$ (a là tham số thực). Khi đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị của hàm số tại hai điểm phân biệt, hệ thức không phụ thuộc a giữa hai tung độ giao điểm y_1, y_2 là :

a. $y_1.y_2 + (y_1 + y_2) - 1 = 0$ b. $y_1.y_2 - (y_1 + y_2) + 1 = 0$

c. $y_1 + y_2 - y_1.y_2 + 1 = 0$ d. $y_1 + y_2 + y_1.y_2 + 1 = 0$.

390. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4x + 4$ và bốn điểm :

a. $I_1(-1, -6)$ b. $I_2(1, -6)$ c. $I_3(-1, 6)$ d. $I_4(1, 6)$.

Tịnh tiến hệ trục Oxy theo vectơ $\overrightarrow{OI}$. Điểm I được chọn sẽ là điểm nào thì sau phép tịnh tiến, ta được hàm số $Y = X^3 + X$.

391. Cho hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$ và các điểm :

a. $I_1(1, 2)$ b. $I_2(-1, 2)$ c. $I_3(-1, -2)$ d. $I_4(1, -2)$.

Tịnh tiến hệ xOy theo vectơ $\overrightarrow{OI}$. Chọn điểm I nào trong số các điểm trên thì sau phép tịnh tiến ta được hàm số $Y = X^3 + 3X^2$.

392. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ và các điểm :

a. $I_1(-1, 3)$ b. $I_1(1, -3)$ c. $I_3(3, -1)$ d. $I_4(-3, 1)$.

Tịnh tiến hệ trục xOy theo vectơ $\overrightarrow{OI}$. Điểm I được chọn là điểm nào thì sau khi tịnh tiến, ta được hàm số $Y = X + \dfrac{1}{X} - 3$?

393. Cho hàm số $y = x^4 + 4ax^3 - 2x^2 - 12ax$ có đồ thị (C_a). Để (C_a) có một trục đối xứng song song với trục tung, ngoài $a = 0$, ta có thể chọn a bằng :

a. $a = \pm 1$ b. $a = \pm 2$ c. $a = \pm 3$ d. $a = \pm 4$.

Cách chọn nào đúng ?

394. Gọi (C_a) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + ax^2 - 4$. Để (C_a) chỉ cắt trục hoành tại duy nhất một điểm, giá trị cần chọn của a là :

a. $a > 3$ b. $a > -3$ c. $a < 3$ d. $a < -3$.

Hãy chọn trả lời đúng.

395. (C) là đồ thị của hàm số $y = 2x + 5 + \dfrac{10}{x - 2}$, (d) là đường thẳng qua A(0, 2) và có hệ số góc bằng k. Để (d) cắt (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của (C) thì giá trị thích hợp của k là :

a. $k > 1$ b. $k > 2$ c. $k > 3$ d. $k > 4$.

Hãy chọn kết luận đúng.

396. (C_m) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2(m + 2)x - m}{x + 1}$, (d) là đường thẳng $y = -x - 4$. Nếu (d) cắt (C_m) tại hai điểm M và N đối xứng nhau qua đường phân giác $y = x$ thì m là số nào ?

a. $m = 2$ b. $m = -2$ c. $m = 1$ d. $m = -1$.

Hãy chọn kết luận đúng.

Chủ đề 14 : NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

397. Hãy chỉ ra kết quả nào là sai ?

a. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2}}{x^3}\,dx = \ln|x| - \frac{1}{4x^4} + C$

b. $\int\frac{x^2dx}{1-x^2}=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|-x+C$　　　　c. $\int\tan^2xdx=\tan x-x+C$

d. $\int\frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}dx=\frac{1}{5.2^x.\ln 2}+\frac{2}{5^x.\ln 5}+C$.

398. Xác định kết quả sai trong (a), (b), (c), (d) :

a. $\int\frac{xdx}{3-2x^2}=-\frac{1}{4}\ln|3-2x^2|+C$

b. $\int\frac{dx}{x.\ln x.\ln(\ln x)}=\ln(\ln(\ln x))+C$　　　　c. $\int\frac{dx}{1+\cos x}=\frac{1}{2}\text{tg}\frac{x}{2}+C$

d. $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1}\right|+C$.

399. $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^5x\,dx$ có kết quả bằng :

a. $\frac{1}{5}$　　b. $\frac{2}{15}$　　c. $\frac{8}{15}$　　d. $\frac{4}{15}$.

400. $K=\int_0^{16}\frac{dx}{\sqrt{x+9}-\sqrt{x}}$ bằng :

a. 6　　b. 12　　c. 18　　d. 24.

401. $\int_1^{e^3}\frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$ bằng :

a. 1　　b. 3　　c. 2　　d. 4.

402. $A=\int_0^2\frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$ bằng :

a. $\frac{2\pi}{3}$　　b. $\frac{3\pi}{2}$　　c. $\frac{3\pi}{4}$　　d. $\frac{4\pi}{3}$.

403. $\int_0^1\frac{4x+11}{x^2+5x+6}dx$ bằng :

a. $2\ln\frac{3}{2}$　　b. $4\ln\frac{3}{2}$　　c. $2\ln3+\ln2$　　d. $\ln\frac{9}{2}$.

404. $B=\int_1^{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx$. Nếu đổi biến số, đặt $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}=t$ thì :

a. $I=\int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\frac{tdt}{t^2-1}$　　　　b. $I=\int_2^3\frac{tdt}{t^2+1}$

c. $I=-\int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\frac{t^2dt}{t^2-1}$　　　　d. $I=\int_2^3\frac{t^2dt}{t^2+1}$.

405. $K = \int_0^{\ln 5} \frac{e^x.\sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3}dx$ bằng :

a. $4 - \pi$ b. $4 + \pi$ c. $2 - \pi$ d. $2 + \pi$.

406. $L = \int_0^{\pi} \frac{\sin xdx}{\sqrt{1 - 2\alpha\cos x + \alpha^2}}$, với $\alpha > 1$ thì L bằng :

a. 2 b. $\frac{2}{\alpha}$ c. 2α d. $\frac{\alpha}{2}$.

407. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\sin^2 x}$ bằng :

a. $\frac{\left(3\sqrt{3} - 2\right)\pi}{6\sqrt{3}} + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$ b. $\frac{3\sqrt{3} + 2}{6\sqrt{3}} + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$

c. $\frac{\left(3\sqrt{3} - 4\right)\pi}{12\sqrt{3}} + \ln\sqrt{\frac{3}{2}}$ d. $\frac{\left(3\sqrt{3} + \pi\right)\pi}{12\sqrt{3}} + \ln\sqrt{\frac{3}{2}}$.

408. $M = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}.\sin x.\cos^3 xdx$. Nếu ta đổi biến số, đặt $\sin^2 x = t$ thì :

a. $M = \frac{1}{2}\int_0^1 e^t(1 - t)dt$ b. $M = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 t.e^t dt\right]$

c. $M = 2\int_0^1 e^t(1 - t)dt$ d. $M = 2\left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 t.e^t dt\right]$

409. $N = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x}dx$ bằng :

a. $\frac{2}{\sqrt{3}}\ln\frac{3}{4} - \frac{\pi}{6}$ b. $\frac{1}{\sqrt{3}}\ln\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$

c. $\frac{\sqrt{3}}{2}\ln\frac{3}{4} + \frac{\pi}{6}$ d. $\frac{2}{\sqrt{3}}\ln\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}$.

410. Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{-2nx}}{1 + e^{2x}}dx$. Tổng $I_5 + I_6$ bằng :

a. $\frac{e^6 - 1}{6.e^6}$ b. $\frac{e^8 - 1}{8.e^8}$ c. $\frac{e^{10} - 1}{10.e^{10}}$ d. $\frac{e^{12} - 1}{12.e^{12}}$.

411. F(x) là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x - 2}{x^3}$. Nếu $F(-1) = 3$ thì :

a. $\int \frac{x - 2}{x^3}dx = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 3$ b. $\int \frac{x - 2}{x^3}dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - 3$.

c. $\int \frac{x-2}{x^3}dx = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + 1$ d. $\int \frac{x-2}{x^3}dx = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 1$.

Hãy chọn kết quả đúng.

412. Hãy chọn kết luận sai :

a. d(...) = 2xdx chỗ trống là x^2 + C.

b. d(...) = $\sqrt[3]{x}dx$ chỗ trống là $\sqrt[4]{x}$ + C.

c. d(...) = cosxdx chỗ trống là sinx + C.

d. d(...) = $(1 + \tan^2 x)dx$ chỗ trống là tanx + C.

413. F(x) là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x\left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2}\right)$. Nếu F(1) = e thì

$\int e^x\left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2}\right)dx$ bằng :

a. $e^x - \frac{1}{x} + 1$ b. $e^x + \frac{1}{x} - 1$ c. $e^x - \frac{1}{x} + e$ d. $e^x + \frac{1}{x} - e$.

Hãy chọn trả lời đúng.

414. F(x) là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x.\sin^2 x}$. Nếu $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

thì $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x.\sin^2 x}dx$ bằng :

a. tanx + cotx + 2 b. tanx + cotx – 2

c. –tanx – cotx + 2 d. –tanx – cotx – 2.

Hãy chọn trả lời đúng.

415. F(x) là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{(x^2+1)^2}{x^3}$. Nếu F(1) = –4 thì

$\int \frac{(x^2+1)^2}{x^3}dx$ bằng :

a. $\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{2}{x^2} + 4$ b. $\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{1}{2x^2} + 4$

c. $\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{2}{x^2} - 4$ d. $\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{1}{2x^2} - 4$.

Chọn kết quả đúng.

416. F(x) là một nguyên hàm của hàm số $y = \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2$. Nếu $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

thì $\int\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx$ bằng :

a. $x + \cos x + \frac{\pi}{4}$ b. $x + \cos x - \frac{\pi}{4}$

c. $x - \cos x + \frac{\pi}{4}$ d. $x - \cos x - \frac{\pi}{4}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

417. F(x) là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{3 - 2\cot^2 x}{\cos^2 x}$. Nếu $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 10$ thì

$\int \frac{3 - 2\cot^2 x}{\cos^2 x}dx$ bằng :

a. $3\tan x - 2\cot x - 5$ b. $3\tan x + 2\cot x + 5$

c. $3\tan x - 2\cot x + 5$ d. $3\tan x + 2\cot x - 5$.

Hãy chọn kết quả đúng.

418. Lựa chọn kết quả sai :

a. $\int \sin^2 \frac{x}{2}dx = \frac{x + \sin x}{2} + C$ b. $\int (3 - 2x)^4 dx = \frac{-(3 - 2x)^5}{10} + C$

c. $\int \sqrt{4x - 1}dx = \frac{3}{8}\sqrt{(4x - 1)^3} + C$ d. $\int \sqrt[3]{5 - 6x}dx = -\frac{1}{8}\sqrt[3]{(5 - 6x)^4} + C$.

419. $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)dx$ bằng :

a. $\frac{19}{8}$ b. $\frac{21}{8}$ c. $\frac{23}{8}$ d. $\frac{25}{8}$.

Chọn kết quả đúng.

420. $\int_a^{a\sqrt{3}} \frac{dx}{a^2 + x^2}$ bằng :

a. $\frac{\pi}{4a}$ b. $\frac{\pi}{8a}$ c. $\frac{\pi}{9a}$ d. $\frac{\pi}{12a}$.

Chọn kết quả đúng.

421. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$ bằng :

a. $\frac{\pi}{3}$ b. $\frac{\pi}{4}$ c. $\frac{\pi}{6}$ d. $\frac{\pi}{8}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

422. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1}$ bằng :

a. $\ln\frac{e}{2(e + 1)}$ b. $\ln\frac{2e}{e + 1}$ c. $\ln\frac{e}{2(e - 1)}$ d. $\ln\frac{2e}{e - 1}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

423. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{x}{a-x}}\,dx$ bằng :

a. $a\left(\pi - \frac{1}{2}\right)$ b. $a\left(\pi + \frac{1}{2}\right)$ c. $a\left(\frac{\pi - 2}{4}\right)$ d. $a\left(\frac{\pi + 2}{4}\right)$.

Chọn kết quả đúng.

424. $\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\,dx$ bằng :

a. $\frac{2}{15}$ b. $\frac{4}{15}$ c. $\frac{7}{15}$ d. $\frac{8}{15}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

425. $\int_0^2 \left|x^2 - x\right| dx$ bằng :

a. $\frac{1}{2}$ b. 1 c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{3}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

426. $\int_2^4 x.\ln(x-1)dx$ bằng :

a. $7,5.\ln 3 + 4$ b. $7,5.\ln 3 - 4$ c. $7,5.\ln 3 + 2$ d. $7,5.\ln 3 - 2$.

Hãy chọn kết quả đúng.

427. $\int_0^1 x.e^{2x}dx$ bằng :

a. $\frac{e^2+1}{2}$ b. $\frac{e^2-1}{2}$ c. $\frac{e^2+1}{4}$ d. $\frac{e^2-1}{4}$.

Chọn kết quả đúng.

428. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x^2.\cos x dx$ bằng :

a. $2 - 2\pi - \frac{\pi^2}{4}$ b. $2 - 2\pi + \frac{\pi^2}{4}$

c. $1 + 2\pi - \frac{\pi^2}{4}$ d. $1 + 2\pi + \frac{\pi^2}{4}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

429. $\int_0^{\pi} e^x.\sin x dx$ bằng :

a. $\frac{e^{\pi}-1}{2}$ b. $\frac{e^{\pi}+1}{2}$ c. $\frac{e^{\pi}-1}{4}$ d. $\frac{e^{\pi}+1}{4}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Chủ đề 15 : ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

430. Giải bài toán tính diện tích hình phẳng bị giới hạn bởi các đường $y = 2$, $y = e^x$ và $x = 1$, bốn bạn An, Bảo, Cẩn và Dũng cho bốn công thức khác nhau :

a. An : $S = \int_{\ln 2}^{1}(e^x - 2)dx$ b. Bảo : $S = \int_{1}^{\ln 2}(e^x - 2)dx$

c. Cẩn : $S = \int_{\ln 2}^{1}(2 - e^x)dx$ d. Dũng : $S = \int_{1}^{\ln 2}(2 - e^x)dx$.

Hãy chọn công thức đúng.

431. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = 3x^2 - x^3$ và trục Ox bằng số nào ?

a. 4,75 đơn vị diện tích b. 5,75 đơn vị diện tích

c. 6,75 đơn vị diện tích d. 7,75 đơn vị diện tích.

Hãy chọn kết quả đúng.

432. Cho parabol (P) : $y = \frac{2x^2 - 5x + 8}{3}$ và một tiếp tuyến kẻ từ gốc tọa độ đến (P) là đường thẳng (T) : $y = x$.

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P), (T) và trục Oy bằng số nào ?

a. $\frac{10}{9}$ đơn vị diện tích b. $\frac{12}{9}$ đơn vị diện tích

c. $\frac{14}{9}$ đơn vị diện tích d. $\frac{16}{9}$ đơn vị diện tích.

Hãy chọn kết quả đúng.

433. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -\frac{x^2}{2} + 3x$ là số nào ?

a. 4 đơn vị diện tích b. 8 đơn vị diện tích

c. 12 đơn vị diện tích d. 16 đơn vị diện tích.

Hãy chọn kết quả đúng.

434. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{-(x - 2)^2}{x - 1}$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), tiệm cận xiên của (C) và hai đường thẳng $x = 2$, $x = e^4 + 1$ là số nào ?

a. 2 đơn vị diện tích b. 3 đơn vị diện tích

c. 4 đơn vị diện tích　　d. 5 đơn vị diện tích.

Hãy chọn kết quả đúng.

435. (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 1$. Gọi S là miền phẳng giới hạn bởi (C) và hai trục tọa độ Ox, Oy. Cho S quay xung quanh trục Ox. Thể tích khối tròn xoay tạo thành là số nào ?

a. $\frac{5\pi}{14}$ đơn vị thể tích　　b. $\frac{9\pi}{14}$ đơn vị thể tích

c. $\frac{11\pi}{14}$ đơn vị thể tích　　d. $\frac{13\pi}{14}$ đơn vị thể tích.

Hãy chọn kết quả đúng.

436. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm A(0, 2) và B(2, 3). Khi đoạn thẳng AB quay vòng xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng :

a. $\frac{32\pi}{3}$ đơn vị thể tích　　b. $\frac{35\pi}{3}$ đơn vị thể tích

c. $\frac{38\pi}{3}$ đơn vị thể tích　　d. $\frac{40\pi}{3}$ đơn vị thể tích.

Hãy chọn kết quả đúng.

437. Gọi S là miền phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi cho S quay vòng xung quanh trục Ox có thể tích bằng số nào ?

a. $\frac{\pi}{2}(e^8 - 1)$ đơn vị thể tích　　b. $\frac{\pi}{4}(e^8 - 1)$ đơn vị thể tích

c $\frac{\pi}{6}(e^8 - 1)$ đơn vị thể tích　　d. $\frac{\pi}{9}(e^8 - 1)$ đơn vị thể tích.

Hãy chọn kết quả đúng.

Chủ đề 16 : HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

438. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là số lẻ ? Câu trả lời nào đúng ?

a. 40000 số　　b. 42000 số　　c. 44000 số　　d. 38000 số.

439. Một đội tuyển học sinh giỏi Toán gồm 10 em : 5 nam và 5 nữ. Muốn chọn ra một tổ trưởng, một tổ phó và một thư ký, trong đó tổ trưởng và tổ phó phải là hai người khác phái. Số cách chọn là :

a. 360　　b. 380　　c. 400　　d. 420.

440. Có 5 ca sĩ gồm 3 nam, 2 nữ, tham gia biểu diễn mỗi người một tiết mục. Nếu sắp xếp chương trình sao cho tiết mục đầu và tiết mục cuối đều là tiết mục của nam ca sĩ, thì số cách sắp xếp chương trình là :

a. 38 cách b. 36 cách c. 34 cách d. 32 cách.

441. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3, mỗi số gồm 3 chữ số khác nhau ?

Số các số lập được theo yêu cầu trên là :

a. 36 số b. 38 số c. 40 số d. 42 số.

442. Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong các chữ số đó có mặt chữ số 0 và chữ số 1. Số các số thỏa yêu cầu là :

a. 42000 số b. 44000 số c. 46000 số d. 48000 số.

443. Có 13 cuốn tập khác nhau : 3 cuốn bìa đỏ, 4 cuốn bìa xanh, 6 cuốn bìa vàng. Xếp tất cả lên một kệ sách dài, sao cho mọi cuốn tập có bìa cùng màu được xếp cạnh nhau. Số cách xếp bằng :

a. 622800 b. 622080 c. 622400 d. 622040.

444. Có 42 hành khách trên một xe bus. Xe sẽ đậu để khách xuống tại 7 bến, mỗi bến có đúng 6 khách xuống. Số cách để hành khách xuống xe là :

a. $\frac{42!}{(6!)^5}$ b. $\frac{42!}{(6!)^6}$ c. $\frac{42!}{(6!)^7}$ d. $\frac{42!}{(6!)^8}$.

445. Một hộp đồ chơi đựng 15 viên bi trong đó có 4 bi màu đỏ, 5 màu trắng, 6 viên màu vàng. Số cách chọn để trong 4 viên bi sẽ lấy ra, không có đủ 3 màu là :

a. 641 b. 643 c. 645 d. 647.

Chủ đề 17 : PHỨC SỐ

446. Chia số phức $1 + \sqrt{2}i$ cho số phức $1 - \sqrt{2}i$ ta được phức số nào ?

a. $\frac{1 - 2\sqrt{2}i}{3}$ b. $\frac{1 + 2\sqrt{2}i}{3}$ c. $\frac{-1 + 2\sqrt{2}i}{3}$ d. $\frac{-1 - 2\sqrt{2}i}{3}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

447. Mô đun của số phức $(3 - \sqrt{2}i)(1 - i)$ là số nào ?

a. $\sqrt{22}$ b. $\sqrt{24}$ c. $\sqrt{26}$ d. $\sqrt{28}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

448. $\sqrt{-5-12i}$ là số phức nào ?

a. $\pm(3-2i)$ b. $\pm(2-3i)$ c. $\pm(4-3i)$ d. $\pm(3-4i)$.

Hãy chọn kết quả đúng.

449. $(4+3i)^3$ là số phức nào ?

a. $-44-117i$ b. $-44-117i$ c. $44+117i$ d. $44-117i$.

Hãy chọn kết quả đúng.

450. Dạng lượng giác của $\sqrt[5]{1+\sqrt{3}i}$ là số phức nào ?

a. $\sqrt[5]{2}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ b. $\sqrt[5]{2}\left(\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\right)$

c. $\sqrt[5]{2}\left(\cos\frac{\pi}{10}+i\sin\frac{\pi}{10}\right)$ d. $\sqrt[5]{2}\left(\cos\frac{\pi}{15}+i\sin\frac{\pi}{15}\right)$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Phần 2

BÀI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Chủ đề 1 : TẬP XÁC ĐỊNH

1. Hàm số được xác định khi $\dfrac{x^2 - 3x - 10}{-x} > 0$

x	$-\infty$		-2		0		5		$+\infty$
$x^2 - 3x - 10$		+	0	−		−	0	+	
$-x$		+		+	0	−		−	
Vế trái		+	0	−	‖	+	0	−	

$\Rightarrow$ Miền xác định : $D = (-\infty, -2) \cup (0, 5)$.

Vậy chọn (c).

2. Hàm số được xác định khi $\begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \ \vee \ x \geq 5 \\ x \leq 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \leq -4 \ \vee \ 5 \leq x \leq 6 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -4] \cup [5, 6]$.

Vậy chọn (c).

3. Hàm số được xác định khi $\begin{cases} 4x^2 - 19x + 12 > 0 \\ 7 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \dfrac{3}{4} \ \vee \ x > 4 \\ x \leq 7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{3}{4} \ \vee \ 4 < x \leq 7 \Leftrightarrow x \in [-\infty, \dfrac{3}{4}] \cup (4, 7]$.

Vậy chọn (d).

4. Viết lại $y = \sqrt{\dfrac{-x^2 + x + 6}{(x^2 - 1)^2}}$.

y được xác định khi $\begin{cases} x \neq \pm 1 \\ -x^2 + x + 6 \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 \leq x < -1 \ \vee \ -1 < x < 1 \ \vee \ 1 < x \leq 3$

$\Leftrightarrow x \in [-2, 3] \setminus \{-1, 1\}$.

Vậy chọn (c).

5. y được xác định khi $\begin{cases} 3\log_{64} x - 1 \geq 0 \\ 2x - 11 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x \geq 1 \\ x \neq \dfrac{11}{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow\ x \geq 4 \quad \text{và} \quad x \neq \frac{11}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x \in \left[4, \frac{11}{2}\right) \cup \left(\frac{11}{2}, +\infty\right)$$

Vậy chọn (d).

6. y được xác định khi $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ -x^2 + 4x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 2 \\ -1 < x < 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow\ -1 < x < 1 \ \vee\ 2 < x < 5 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (-1, 1) \cup (2, 5).$$

Vậy chọn (b).

7. y được xác định khi $\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x+5} > 0 \\ \log_{\frac{4}{5}} \dfrac{2x+1}{x+5} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x+1}{x+5} > 0 \\ \dfrac{2x+1}{x+5} \leq \dfrac{16}{25} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -5 \vee x > -\dfrac{1}{2} \\ -5 < x \leq \dfrac{55}{34} \end{cases} \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} < x \leq \frac{55}{34} \quad \Leftrightarrow \quad x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{55}{34}\right].$$

Vậy chọn (c).

8. y được xác định khi $\begin{cases} \dfrac{x+1}{x-1} > 0 \\ \log_3 \dfrac{x+1}{x-1} > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} \log_3 \dfrac{x+1}{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \ \vee\ x > 1 \\ \dfrac{x+1}{x-1} > 1 \\ \log_3 \dfrac{x+1}{x-1} \leq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \ \vee\ x > 1 \\ \dfrac{2}{x-1} > 0 \\ \dfrac{x+1}{x-1} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \dfrac{4-2x}{x-1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 1 \ \vee\ x \geq 2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow\ x \geq 2 \quad \Leftrightarrow \quad x \in [2, +\infty).$ Vậy chọn (a).

9. y được xác định khi $\begin{cases} x^2 \geq 3 \\ \sqrt{x^2 - 3} + x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\sqrt{3} \ \vee\ x \geq \sqrt{3} \\ \sqrt{x^2 - 3} \neq 2 - x \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\sqrt{3} \ \vee\ x \geq \sqrt{3} \\ x^2 - 3 \neq 4 - 4x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\sqrt{3} \ \vee\ x \geq \sqrt{3} \\ x \neq \dfrac{7}{4} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow\ x \in (-\infty, -\sqrt{3}\,] \cup [\,\sqrt{3}, +\infty) \setminus \left\{\dfrac{7}{4}\right\}.$ Vậy chọn (c).

10. y được xác định khi $\dfrac{1-5^x}{7^{-x}-7} \ge 0$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{(1-5^x).7^x}{1-7^{x+1}} \ge 0$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{1-5^x}{1-7^{x+1}} \ge 0$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$1-5^x$		+		+	0	−	
$1-7^{x+1}$		+	0	−		−	
Vế trái		+	‖	−	0	+	

$\Leftrightarrow \quad x < -1 \ \vee \ x \ge 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (-\infty, -1) \cup [0, +\infty).$ Vậy chọn (a).

11. y được xác định khi $4^x + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} - 2^{2(x-1)} - 52 \ge 0$

$\Leftrightarrow \quad 2^{2x} + 2^{2(x-2)} - 2^{2(x-1)} \ge 52 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{2(x-2)}(2^4 + 1 - 2^2) \ge 52$

$\Leftrightarrow \quad 2^{2(x-2)} \ge 4 \quad \Leftrightarrow \quad 2(x-2) \ge 2 \quad \Leftrightarrow \quad x \ge 3 \quad \Leftrightarrow \quad x \in [3, +\infty)$

Vậy (d) là câu đúng.

12. y được xác định khi $\begin{cases} x^2 + x - 2 \ge 0 \\ 9 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le -2 \ \vee \ x \ge 1 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \quad -3 < x \le -2 \ \vee \ 1 \le x < 3 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (-3, -2] \cup [1, 3).$

Vậy (a) là câu đúng.

13. y được xác định khi $\begin{cases} \dfrac{\log_2(x^2+2)}{\log_2(2-x)} \ge 2 \\ 2 - x > 0 \\ 2 - x \ne 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\log_2(x^2+2) - 2\log_2(2-x)}{\log_2(2-x)} \ge 0 \\ 2 - x > 0 \\ 2 - x \ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\log_2 \dfrac{x^2+2}{(2-x)^2}}{\log_2(2-x)} \ge 0 \quad (1) \\ x < 2 \\ x \ne 1 \end{cases}$$

Bảng dấu của (1) :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1	
$\log_2 \dfrac{x^2+2}{(2-x)^2}$		−	0	+		+
$\log_2(2-x)$		+		+	0	−
Vế trái		−	0	+	‖	−

$\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số là $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$.

Vậy chọn câu (d).

14. y được xác định khi $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{x+1} > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x-1}{x+1} > 0 \\ \dfrac{2x-1}{x+1} \leq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{x-2}{x+1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} < x \leq 2 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \left(\frac{1}{2}, 2\right].$$

Vậy chọn câu (b).

15. y được xác định khi $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x^2 - 4 \neq 1 \\ -x^2 + 3x + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \ \vee \ x > 2 \\ x \neq \pm\sqrt{5} \\ -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ $2 < x \leq 4$ và $x \neq \sqrt{5}$ $\Leftrightarrow$ $x \in (2, 4] \setminus \{\sqrt{5}\}$

Vậy chọn câu (d).

16. y được xác định khi : $\begin{cases} x > 0, \quad x \neq 1 \\ \log_{x+1} x . \log_x (x^3 + 1) - 2 \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, \quad x \neq 1 \\ \log_{(x+1)}(x^3 + 1) \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, \quad x \neq 1 \\ (x + 1 - 1)[x^3 + 1 - (x + 1)^2] \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, \quad x \neq 1 \\ x(x + 1).(x^2 - 2x) \geq 0 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$x(x + 1)$		+	0	−	0	+		+	
$x^2 - 2x$		+		+	0	−	0	+	
Vế trái		+	0	−	0	−	0	+	

$\Rightarrow$ y được xác định với $x \geq 2$ $\Rightarrow D = [2, +\infty)$.

Vậy chọn câu (b).

17. Hàm số được xác định với các điều kiện :

$$\begin{cases} x - 2 > 0, x - 2 \neq 1 \\ x^2 - 8x + 15 > 0 \\ \log_{(x-2)}(x^2 - 8x + 15) \geq \log_{(x-2)} 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \quad \vee \quad x > 5 \\ (x-2-1)(x^2-8x+15-1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \quad \vee \quad x > 5 \\ (x-3)(x^2-8x+14) \ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \quad \vee \quad x > 5 \\ 4-\sqrt{2} \le x < 3 \quad \vee \quad x \ge 4+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \quad 4-\sqrt{2} \le x < 3 \vee x \ge 4+\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \in [4-\sqrt{2}, 3) \cup [4+\sqrt{2}, +\infty)$$

Vậy chọn câu (a).

18. y được xác định khi : $8^{\frac{-2+\lg x}{2}} \ge 4^{\frac{2-\lg x}{3}} \Leftrightarrow 2^{\frac{-6+3\lg x}{2}} \ge 2^{\frac{4-2\lg x}{3}}$

$$\Leftrightarrow \frac{-6+3\lg x}{2} \ge \frac{4-2\lg x}{3} \Leftrightarrow -18+9\lg x \ge 8-4\lg x$$

$$\Leftrightarrow 13\lg x \ge 26 \Leftrightarrow \lg x \ge 2 \Leftrightarrow x \ge 100$$

Vậy chọn câu (d).

19. y được xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} \log_2 x < 2 \\ \log_2 x > 3 \end{array}\right. \end{cases}$

$$\Leftrightarrow 0 < x < 4 \vee x > 8 \Leftrightarrow x \in (0, 4) \cup (8, +\infty).$$

Vậy chọn câu (b).

20. Hàm số được xác định với các điều kiện :

$$\begin{cases} x+1 > 0 & (1) \\ (x^2-3x+2).\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \ge 0 & (2) \end{cases}$$

Bảng dấu của (2) :

x		-1		0		1		2	
x^2-3x+2	▨	▨	+		+	0	−	0	+
$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$	▨	▨	+	0	−		−		−
Vế trái	▨	▨	+	0	▨ −	0	+	0	▨ −

$\Rightarrow \quad x \in (-1, 0] \cup [1, 2].$ Vậy chọn câu (d).

21. y được xác định khi : $\begin{cases} x \ge 0 \\ \dfrac{x^3}{x-2} \ge 0 \end{cases}$ (1) hoặc $\begin{cases} x \le 0 \\ \dfrac{x^3}{-x-2} \ge 0 \end{cases}$ (2)

(1) cho $x > 2$

(2) cho $-2 < x \le 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (-2, 0] \cup (2, +\infty)$

Vậy chọn câu (a).

22. y được xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ \cos(\log_2 x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi < \log_2 x < \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \quad 2^{-\frac{\pi}{2}+k2\pi} < x < 2^{\frac{\pi}{2}+k2\pi} \quad \Rightarrow$ (a), (b), (c) đúng, (d) sai.

Vậy chọn (d).

23. y được xác định với điều kiện $4^{\frac{3x^2+18x+29}{x+3}} \geq 2^{6x+17}$

$\Leftrightarrow \quad 2^{\frac{6x^2+36x+58}{x+3}} \geq 2^{6x+17} \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{6x^2+36x+58}{x+3} - (6x+17) \geq 0$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{x+7}{x+3} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \leq -7 \vee x > -3$

$\Leftrightarrow \quad x \in (-\infty, -7] \cup (-3, +\infty).$

Vậy chọn câu (a).

24. Hàm số được xác định khi $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ \dfrac{1}{2}\log_4 16 \geq \log_8(x^2 - 4x + 3) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 3 \\ 8 \geq x^2 - 4x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 3 \\ x^2 - 4x - 5 \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 3 \\ -1 \leq x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \quad -1 \leq x < 1 \vee 3 < x \leq 5$

$\Leftrightarrow \quad x \in [-1, 1) \cup (3, 5]$

Vậy chọn câu (d).

25. Viết lại $y = \sqrt{\dfrac{4^x\left(\left(\frac{3}{4}\right)^x - 1\right)}{x^2 - 2x - 8}}$ để biết y được xác định khi $\dfrac{\left(\frac{3}{4}\right)^x - 1}{x^2 - 2x - 8} \geq 0$

Bảng xét dấu biểu thức $A = \dfrac{\left(\frac{3}{4}\right)^x - 1}{x^2 - 2x - 8}$:

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
$\left(\frac{3}{4}\right)^x - 1$		+		+	0	−		−	
$x^2 - 2x - 8$		+	0	−		−	0	+	
A		+	‖	−	0	+	‖	−	

Theo bảng trên, $A \geq 0$ khi

$$x < -2 \vee 0 \leq x < 4 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (-\infty, -2) \cup [0, 4).$$

Vậy chọn câu (a).

26. Hàm số được xác định khi : $\begin{cases} x \neq 0 \\ 1 + \dfrac{6}{\sqrt[3]{x}} > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(1 + \dfrac{6}{\sqrt[3]{x}}\right) < -2 = \log_{\frac{1}{2}} 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ 1 + \dfrac{6}{\sqrt[3]{x}} > 0 \\ 1 + \dfrac{6}{\sqrt[3]{x}} > 4 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \neq 0 \\ \dfrac{6 - 3\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} > 0 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu :

x	$-\infty$		0		8		$+\infty$
$6 - 3\sqrt[3]{x}$		$+$		$+$	0	$-$	
$\sqrt[3]{x}$		$-$	0	$+$		$+$	
Vế trái		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

$\Rightarrow \quad 0 < x < 8 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (0, 8).$

Vậy (a) là câu đúng.

27. y được xác định với các điều kiện : $\begin{cases} x > 0 & (1) \\ \log_4 x > 0 & (2) \\ \log_3 \log_4 x > 0 & (3) \\ \log_2 \log_3 \log_4 x \geq 0 & (4) \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow x > 1$; $\quad (3) \Leftrightarrow x > 4$; $\quad (4) \Leftrightarrow x \geq 64$

$\Rightarrow \quad x \in [64, +\infty).$

Vậy (d) là câu đúng.

28. $y = \dfrac{\sqrt{4 - 3x - x^2}}{x + 4}$ được xác định khi : $\begin{cases} 4 - 3x - x^2 \geq 0 \\ x + 4 \neq 0 \end{cases}$

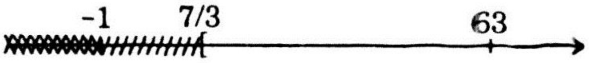
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 1 \\ x \neq -4 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad -4 < x \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (-4, 1].$$

Vậy chọn câu (b).

29. $y = \dfrac{\sqrt{3x-7}}{\sqrt[6]{x+1}-2}$ được xác định khi $\begin{cases} 3x - 7 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \\ \sqrt[6]{x+1} - 2 \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{7}{3} \\ x \geq -1 \\ x + 1 \neq 2^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{7}{3} \\ x \neq 63 \end{cases}$$

Biểu diễn trên trục số :



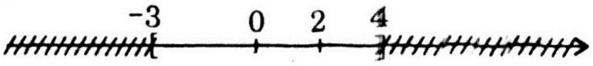
$\Rightarrow$ (a), (b), (c) đều đúng.

(d) sai.

30. $y = \dfrac{\sqrt{12 + x - x^2}}{x(x-2)}$ được xác định khi $\begin{cases} 12 + x - x^2 \geq 0 \\ x(x-2) \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 12 \leq 0 \\ x \neq 0 \text{ và } x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 4 \\ x \neq 0,\ x \neq 2 \end{cases}$$

Biểu diễn trên trục số :

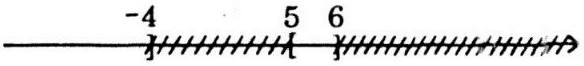


$\Rightarrow$ (a), (b), (d) đúng; (c) sai.

31. $y = \sqrt{x^2 - x - 20} + \sqrt{6 - x}$ được xác định khi $\begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \ \vee \ x \geq 5 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

Biểu diễn trên trục số :



Nhìn trục số biểu diễn tập xác định :

$-5 \in D$: đúng $\qquad -3 \in D$: sai

$7 \notin D$: đúng $\qquad 5{,}2 \in D$: đúng.

Vậy chọn câu (b).

32. $y = \sqrt{5 - x - \dfrac{6}{x}}$ được xác định khi $5 - x - \dfrac{6}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{5x - x^2 - 6}{x} \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x} \leq 0$. Lập bảng xét dấu của vế trái :

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$		+		+	0	−	0	+	
x		−	0	+		+		+	
Vế trái		−	‖	▨ +	0	−	0	▨ +	

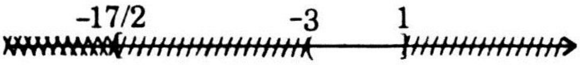
Từ bảng xét dấu trên, thấy rằng $D = R\backslash[0, 2) \cup (3, +\infty)$.

(Hoặc $(-\infty, 0) \cup [2, 3]$). Chỉ có (d) đúng.

33. $y = \sqrt{\dfrac{\sqrt{17 - 15x - 2x^2}}{x + 3}}$ được xác định khi $\dfrac{\sqrt{17 - 15x - 2x^2}}{x + 3} \geq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 17 - 15x - 2x^2 \geq 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 15x - 17 \leq 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{17}{2} \leq x \leq 1 \\ x > -3 \end{cases}$$

Biểu diễn trên trục số :



$\Rightarrow$ $D = (-3, 1]$.

Vậy chọn câu (c).

34. $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3}}$ được xác định khi $\dfrac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3} \geq 0$.

Xem bảng xét dấu :

x	$-\infty$		-1		3		4		$+\infty$
$x^2 - 7x + 12$		+	|	+	0	−	0	+	
$x^2 - 2x - 3$		+	0	−	0	+	|	+	
Vế trái		. +	‖	▨ −	‖	▨ −	0	+	

Bảng dấu trên cho biết $D = R\backslash[-1, 4)$. Các kết luận khác đều sai.

Vậy chọn câu (a).

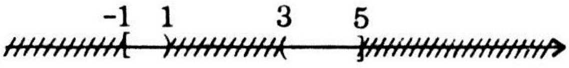
35. $y = \sqrt{\dfrac{1}{2}\log_1 16 - \log_8(x^2 - 4x + 3)}$ được xác định khi :

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ \dfrac{1}{2}\log_4 16 - \log_8(x^2 - 4x + 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ 1 - \log_8(x^2 - 4x + 3) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ \log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1 = \log_8 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 4x - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 3 \\ -1 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

Biểu diễn trên trục số :



$\Rightarrow$ $D = [-1, 1) \cup (3, 5]$.

Vậy chọn câu (c).

36. $y = \dfrac{\sqrt{6x - x^2 - 5}}{5^{x-2} - 25}$ được xác định khi $\begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 5^{x-2} - 25 \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ 5^{x-2} \neq 5^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x - 2 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ (c) sai.

37. $y = \log_2\left[-\log_{\frac{1}{2}}\left(1 + \dfrac{6}{\sqrt[4]{x}}\right) - 2\right]$ được xác định khi : $\begin{cases} x > 0 \\ 1 + \dfrac{6}{\sqrt[4]{x}} > 0 \\ -\log_{\frac{1}{2}}\left(1 + \dfrac{6}{\sqrt[4]{x}}\right) - 2 > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(1 + \dfrac{6}{\sqrt[4]{x}}\right) < -2 = \log_{\frac{1}{2}} 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 + \dfrac{6}{\sqrt[4]{x}} > 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \dfrac{6}{\sqrt[4]{x}} > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt[4]{x} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 16 \end{cases} \Leftrightarrow \quad 0 < x < 16$$

$\Rightarrow$ D = (0, 16).

Vậy chọn câu (d).

38. $y = \sqrt{4^x + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} - 52 - 2^{2(x-1)}}$ được xác định khi :

$$4^x + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} - 52 - 2^{2(x-1)} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{2x} + 2^{3.\frac{2}{3}(x-2)} - 52 - 2^{2x-2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^{2x} + 2^{2x-4} - 2^{2x-2} \geq 52 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{2x}(1 + 1^{-4} - 2^{-2}) \geq 52$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^{2x}\left(\frac{2^4 + 1 - 2^2}{2^4}\right) \geq 52 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{2x}.\frac{13}{2^4} \geq 13.4$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^{2x} \geq 2^6 \quad \Leftrightarrow \quad 2x \geq 6 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq 3$$

$\Rightarrow$ D = [3, +∞).

Vậy chọn câu (c).

39. $y = \ln[\sqrt{8^{-2+\ln x}} - \sqrt[3]{4^{2-\ln x}}]$ được xác định khi x > 0 và

$$\sqrt{8^{-2+\ln x}} - \sqrt[3]{4^{2-\ln x}} > 0 \qquad (*)$$

$$(*) \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{8^{-2+\ln x}} > \sqrt[3]{4^{2-\ln x}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^{\frac{-6+3\ln x}{2}} > 2^{\frac{4-2\ln x}{3}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-6+3\ln x}{2} > \frac{4-2\ln x}{3}$$

$\Leftrightarrow \quad -18 + 9\ln x > 8 - 4\ln x \quad \Leftrightarrow \quad 13\ln x > 26$

$\Leftrightarrow \quad \ln x > 2 \quad \Leftrightarrow \quad x > e^2$ kết hợp với $x > 0$ được :

$\Rightarrow \quad D = (e^2, +\infty)$.

Vậy chọn câu (d).

40. $y = \sqrt{\lg(\lg x) - \lg(4 - \lg x) - \lg 3}$ được xác định khi :

$x > 0$ (1), $\lg > 0$ (2), $4 - \lg x > 0$ (3) và $\lg(\lg x) - \lg(4 - \lg x) - \lg 3 \geq 0$ (4)

$$(4) \Leftrightarrow \quad \lg\left[\frac{\lg x}{3(4 - \lg x)}\right] \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\lg x}{3(4 - \lg x)} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\lg x}{3(4 - \lg x)} - 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4(\lg x - 3)}{3(4 - \lg x)} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\lg x - 3}{\lg x - 4} \leq 0$$

$\Leftrightarrow \quad 3 \leq \lg x < 4 \quad \Leftrightarrow \quad 1000 \leq x < 10000$ thỏa cả (1), (2), (3).

Vậy chọn câu (d).

Chủ đề 2 : KÍ HIỆU y = f(x), HÀM SỐ HỢP

41. Hàm phải tìm có dạng $y = ax + b$

$$\begin{matrix} f(-1) = 2 & \Leftrightarrow \\ f(2) = -3 & \Leftrightarrow \end{matrix} \quad \begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{5}{3} \\ b = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow \quad y = -\dfrac{5}{3}x + \dfrac{1}{3} \quad \Rightarrow$ (c) là câu đúng.

42. $f(-4) = -210$. Vậy (d) là kết quả sai.

43. $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \sqrt{1 + \dfrac{1}{x^2}} = \dfrac{\sqrt{1 + x^2}}{|x|} \quad \Rightarrow$ (c) là kết quả sai.

44. $f(0) = a + b.c^0 = a + b = 15$ (1)

$f(2) = a + b.c^2 = 30$ (2)

$f(4) = a + b.c^4 = 90$ (3)

Trừ từng vế (2) cho (1) được $b(c^2 - 1) = 15$ (2')

Trừ từng vế (3) cho (2) được $bc^2(c^2 - 1) = 60$ (3')

Chia từng vế (3') cho (2') được $c^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad c = \pm 2$

Thế $c = \pm 2$ vào (2) được $\begin{cases} a + 4b = 30 \\ a + b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 5 \end{cases}$

Giá trị $c = -2$ loại vì quy ước hàm số mũ : $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)

Vậy chọn câu (d).

45.
$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 6x - 10 \\ f(-x) &= 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 6x - 10 \\ f(x) + f(-x) &= 4x^4 - 10x^2 - 20 \\ \Rightarrow \quad \varphi(x) &= 2x^4 - 5x^2 - 10 \end{aligned}$$

Vậy (b) là câu đúng.

46.
$$\begin{aligned} f(x) &= 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1 \\ f(-x) &= -4x^3 - 3x^2 - 2x + 1 \\ f(x) - f(-x) &= 8x^3 + 4x \\ \Rightarrow \quad \varphi(x) &= 4x^3 + 2x : \end{aligned}$$ (a) là câu đúng.

47. Xét $y = f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$

$f(-x) = \sqrt[3]{(-x+1)^2} + \sqrt[3]{(-x-1)^2} = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(x+1)^2} = f(x)$ là hàm chẵn.

Chọn (c) vì (c) là câu sai.

48. $f[g(x)] = \dfrac{1}{\lg\dfrac{1+x}{1-x}} \neq \lg\dfrac{1-x}{1+x} \quad \Rightarrow$ (b) là câu sai.

49. $f(x) = \dfrac{2^x - 1}{2^x + 1} \Rightarrow \quad f(-x) = \dfrac{2^{-x} - 1}{2^{-x} + 1} = \dfrac{1 - 2^x}{1 + 2^x} = -f(x)$: (a) đúng.

$f(x) = \lg\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad f(-x) &= \lg\left(-x + \sqrt{x^2+1}\right) = \lg\frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}} \\ &= -\lg\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) = -f(x) : \end{aligned}$$ (b) đúng.

$f(x) = \cos(x + 2) + \cos(x - 2)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad f(-x) &= \cos(-x + 2) + \cos(-x - 2) = \cos(x - 2) + \cos(x + 2) \\ &= f(x) \quad \Rightarrow \end{aligned}$$ (c) đúng

Vậy (d) là câu sai.

50. Từ $f(x + 2) = x^2 - 3x + 2$, đặt $x + 2 = t \quad \Rightarrow \quad x = t - 2$

$f(t) = (t - 2)^2 - 3(t - 2) + 2 = t^2 - 7t + 12$

$\Rightarrow \; f(x) = x^2 - 7x + 12.$ Vậy (d) là câu đúng.

51.
$$\begin{aligned} f[g(x)] &= \ln(e^x) = x \\ g[f(x)] &= e^{\ln x} = x \\ f[f(x)] &= \ln(\ln x) \\ g[g(x)] &= e^{e^x} \neq e^{2x} : \end{aligned}$$ (d) là câu sai.

52. Đặt $\frac{1}{x} = t \Rightarrow t > 0$ và $x = \frac{1}{t}$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{1}{t} + \sqrt{1 + \frac{1}{t^2}} = \frac{1 + \sqrt{1 + t^2}}{t}$$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{x}$. Vậy chọn câu (b).

53. Đặt $\frac{x}{x + 1} = t \Rightarrow tx + t = x \Rightarrow (t - 1)x = -t \Rightarrow x = \frac{-t}{t - 1}$

$$\Rightarrow f(t) = \left(\frac{-t}{t - 1}\right)^2 + 1 = \frac{t^2 + t^2 - 2t + 1}{(t - 1)^2} = \frac{2t^2 - 2t + 1}{(t - 1)^2}$$

$\Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 - 2x + 1}{(x - 1)^2}$: (c) là câu đúng.

54. $f(x + 3) = a(x + 3)^2 + b(x + 3) + c = ax^2 + 6ax + 9a + bx + 3b + c$

$3f(x + 1) = 3[a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c] = 3ax^2 + 6ax + 3a + 3bx + 3b + 3c$

$$\begin{aligned} -3f(x + 2) &= -3[a(x + 2)^2 + b(x + 2) + c] \\ &= -3ax^2 - 12ax - 12a - 3bx - 6b - 3c \end{aligned}$$

$\Rightarrow f(x + 3) - 3f(x + 2) + 3f(x + 1) = ax^2 + bx + c$: (d) là câu đúng.

55.
$$\begin{aligned} f(x + y) + f(x - y) &= \frac{e^{x+y} + e^{-x-y} + e^{x-y} + e^{-x+y}}{2} \\ &= \frac{e^y\left(e^x + e^{-x}\right) + e^{-y}\left(e^x + e^{-x}\right)}{2} \\ &= \frac{\left(e^x + e^{-x}\right).\left(e^y + e^{-y}\right)}{2} = \frac{2f(x).2f(y)}{2} = 2f(x).f(y) \end{aligned}$$

Vậy (c) là câu đúng.

56. Thay x bởi $\frac{1}{x}$ ta cũng có hệ thức $f\left(\frac{1}{x}\right) + 3f(x) = \frac{1}{x}$. Nhân hai vế đẳng thức này với 3 : $9f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3}{x}$

Giả thiết $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x \Rightarrow 8f(x) = \frac{3}{x} - x = \frac{3 - x^2}{x}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{3 - x^2}{8x}$. Vậy (c) là câu đúng.

57. $2f(x) + 3f(-x) = 3x + 2$ (1)

Thay x bởi −x ta có : $3f(x) + 2f(-x) = -3x + 2$ (2)

Giải hệ phương trình (1), (2) được $f(x) = -3x + \frac{2}{5}$.

Vậy chọn câu (a).

58. Từ giả thiết của f(x) : $(x-1).f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x-1}$ (1)

thay x bởi $\frac{1}{x}$ được $\frac{1-x}{x}.f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = \frac{x}{1-x}$ (2)

Nhân 2 vế của (1) với $\frac{1-x}{x}$:

$$\frac{1-x}{x}(x-1).f(x) + \frac{1-x}{x}.f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x-1}\cdot\frac{1-x}{x} = -\frac{1}{x} \qquad (1')$$

Trừ từng vế của (2) cho (1') được : $\frac{x^2-x+1}{x}\cdot f(x) = \frac{x^2-x+1}{x(1-x)}$

$\Rightarrow$ $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Vậy (b) là câu đúng.

59. $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x+1} = -f(x)$ $\Rightarrow$ (a) đúng.

$f(f(x)) = \frac{1-\frac{1-x}{1+x}}{1+\frac{1-x}{1+x}} = x$ $\Rightarrow$ $f[f(f(x))] = f(x)$ $\Rightarrow$ (b) đúng.

$f(x+1) = \frac{1-(x+1)}{1+(x+1)} = \frac{-x}{x+2}$; $f(x)+1 = \frac{1-x}{1+x}+1 = \frac{2}{1+x}$ $\Rightarrow$ (c) sai.

60. Đặt $\begin{cases} u+v=x \\ u-v=y \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $u = \frac{x+y}{2}$, $v = \frac{x-y}{2}$

Hệ thức đã cho viết theo x, y :

$y.f(x) - x.f(y) = xy(x^2-y^2) = x^3y - y^3x$

$\Rightarrow$ $y.[f(x)-x^3] = x.[f(y)-y^3]$

$\Rightarrow$ $\frac{f(x)-x^3}{x} = \frac{f(y)-y^3}{y} = \ldots = C$

$\Rightarrow$ $\frac{f(x)-x^3}{x} = C$ $\Rightarrow$ $f(x) = x^3 + Cx$: (c) là câu đúng.

61. Đặt $\frac{3x-1}{x+2} = t$ $\Rightarrow$ $3x - 1 = tx + 2t$

$\Rightarrow$ $(t-3)x = -1-2t$ $\Rightarrow$ $x = \frac{2t+1}{3-t}$

$$\Rightarrow \quad f(t) = \frac{\dfrac{2t+1}{3-t}+1}{\dfrac{2t+1}{3-t}-1} = \frac{t+4}{3t-2} \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{x+4}{3x-2}$$

Vậy (a) là câu đúng.

62. $n = 2$: $\quad f(1) + f(2) = 4f.(2) \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{1}{3}f(1) = \frac{2}{3}$

$n = 3$: $\quad f(1) + f(2) + f(3) = 9.f(3)$

$$\Rightarrow \quad f(3) = \frac{f(1)+f(2)}{8} = \frac{2+\dfrac{2}{3}}{8} = \frac{1}{3}$$

$n = 4$: $\quad f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 16.f(4)$

$$\Rightarrow \quad f(4) = \frac{f(1)+f(2)+f(3)}{15} = \frac{2+\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}}{15} = \frac{1}{5}$$

$n = 5$: $\quad f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 25.f(5)$

$$\Rightarrow \quad 2 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = 24f(5) \quad \Rightarrow \quad f(5) = \frac{16}{5.24} \neq 3$$

Vậy (d) là câu sai.

63. Từ $f(x + y) = f(x) + f(y)$ đúng $\forall x, y \in R$ nên thay $x = 0, y = 0$ là có :

$$f(0 + 0) = f(0) + f(0) \quad \Leftrightarrow \quad f(0) = 2f(0) \quad \Leftrightarrow \quad f(0) = 0.$$

Vậy chọn câu (c).

64. Từ $f(x + y) = f(x) + f(y)$, thay $x = y = 0$ được $f(0) = 0$.

Thay y bằng $-x$: $\quad f(x - x) = f(0) = f(x) + f(-x)$

$$\Leftrightarrow \quad f(-x) = -f(x).$$

$y = f(x)$ là hàm số lẻ.

Vậy chọn câu (b).

65. Đặt $x - 1 = t \quad \Rightarrow \quad x = t + 1$.

Từ giả thiết $f(x - 1) = x^2 - 3x + 6$

$$\Rightarrow \quad f(t) = (t + 1)^2 - 3(t + 1) + 6 = t^2 - t + 4$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = x^2 - x + 4.$$

Vậy chọn câu (b).

66. $y = f(x) = 2x - x^2 \quad \Rightarrow \quad f(1 - 3x) = 2(1 - 3x) - (1 - 3x)^2$

$$= 2 - 6x - 1 + 6x - 9x^2 = 1 - 9x^2.$$

Vậy chọn câu (c).

67. $y = f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 3.$

$f(2) = 2^3 - 4.2^2 + 6.2 - 3 = 8 - 16 + 12 - 3 = 1.$

$f(3) = 3^3 - 4.3^2 + 6.3 - 3 = 27 - 36 + 18 - 3 = 6.$

$f(-2) = (-2)^3 - 4(-2)^2 + 6.(-2) = -8 - 16 - 12 - 3 = -39.$

$f(-3) = (-3)^3 - 4(-3)^2 + 6(-3) - 3 = -27 - 36 - 18 - 3 = -84.$

(d) sai.

68. $g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}.$

$$g(-1) = \sqrt{1 + \frac{1}{(-1)^2}} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}.$$

$$g(2) = \sqrt{1 + \frac{1}{2^2}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$g\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{1 + \frac{1}{\left(\frac{1}{x}\right)^2}} = \sqrt{1 + x^2}.$$

$$g\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{1 + \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}\ :\quad \text{(d) sai.}$$

69. Giả sử $y = f(x) = ax^2 + bx + c$. Từ các giả thiết có :

$$\begin{cases} f(-1) = a - b + c = 16 & (1) \\ f(1) = a + b + c = 8 & (2) \\ f(2) = 4a + 2b + c = 13 & (3) \end{cases}$$

Hệ phương trình trên cho $a = 3$, $b = -4$, $c = 9$.

$y = 3x^2 - 4x + 9$: Chọn (b).

70. $\varphi(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$

$$\Rightarrow \varphi(-x) = \frac{f(-x) - f(x)}{2} = -\frac{f(x) - f(-x)}{2} = -\varphi(x)$$

$\varphi(x)$ là một hàm lẻ. Vậy chọn câu (b).

71. $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 2}$

$$f(2 - 3x) = \frac{(2 - 3x)^2 - 3(2 - 3x) + 5}{(2 - 3x) + 2} = \frac{9x^2 - 12x + 4 + 9x - 6 + 5}{4 - 3x}$$

$$= \frac{3(3x^2 - x + 1)}{4 - 3x}.$$

Vậy chọn câu (c).

72. $y = f(x) = \ln x; \quad y = g(x) = e^x$.

- $f[g(x) = \ln[e^x] = x$.
- $g[f(x)] = e^{\ln x} = x$.
- $f[f(x)] = \ln(\ln x)$.
- $g[g(x)] = e^{e^x} \quad (\neq e^{ex})$: (d) sai.

73. Đặt $\frac{1}{x} = t \Rightarrow x = \frac{1}{t}$ thì từ

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1 + x^2} \quad \Rightarrow \quad f(t) = \frac{1}{t} + \sqrt{1 + \frac{1}{t^2}} = \frac{1}{t} + \frac{\sqrt{1 + t^2}}{t} = \frac{1 + \sqrt{1 + t^2}}{t}$$

$\Rightarrow \quad f(x) = \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{x}$. Vậy chọn câu (b).

74. Từ $f\left(\frac{x}{x - 1}\right) = 2x^2 + x + 1$, đặt $\frac{x}{x - 1} = X \quad \Rightarrow \quad x = xX - X$

$$\Rightarrow \quad (X - 1)x = X \quad \Rightarrow \quad x = \frac{X}{X - 1}$$

$$\Rightarrow \quad f(X) = 2\left(\frac{X}{X - 1}\right)^2 + \frac{X}{X - 1} + 1 = \frac{2X^2 + X(X - 1) + (X - 1)^2}{(X - 1)^2} = \frac{3X^2 - 3X + 1}{(X - 1)^2}.$$

Vậy $f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{(x - 1)^2}$. Vậy chọn câu (c).

75. Từ giả thiết $f\left(\frac{2x}{x + 1}\right) = \frac{3x - 5}{5x + 3}$ (*), đặt $\frac{2x}{x + 1} = X$

$$\Rightarrow \quad 2x = Xx + X \quad \Rightarrow \quad (X - 2)x = -X \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-X}{X - 2} = \frac{X}{2 - X}.$$

Thay vào (*) : $f(X) = \dfrac{3\dfrac{X}{2 - X} - 5}{5\dfrac{X}{2 - X} + 3} = \dfrac{3X - 10 + 5X}{5X + 6 - 3X} = \dfrac{8X - 10}{2X + 6} = \dfrac{4X - 5}{X + 3}$

$\Rightarrow \quad f(x) = \frac{4x - 5}{x + 3}$. Vậy chọn câu (b).

76. $f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$.

Giả sử phân tích được $\quad \frac{x}{x^3 - 1} = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + x + 1}$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{x^3 - 1} = \frac{A(x^2 + x + 1) + (Bx + C)(x - 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)}$$

Đồng nhất hai tử số : $x = (A + B)x^2 + (A - B + C)x + A - C$

$$\Rightarrow \begin{cases} A + B = 0 \\ A - B + C = 1 \\ A - C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} A = \frac{1}{3} \\ B = -\frac{1}{3} \\ C = \frac{1}{3} \end{matrix}$$

$\Rightarrow \frac{x}{x^3 - 1} = \frac{1}{3(x-1)} - \frac{x-1}{3(x^2+x+1)}$. Vậy chọn câu (c).

Chủ đề 3 : TẬP GIÁ TRỊ

77. Từ $y = -x^2 + 4x - 9 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4x + y + 9 = 0$.

Đây là phương trình bậc 2 của x luôn có nghiệm trên R

$\Rightarrow \Delta' = 4 - y - 9 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad y \leq -5 \quad \Rightarrow \quad y \in (-\infty, -5]$.

Vậy chọn câu (b).

78. Từ $y = \sqrt{x - x^2}$ có $y \geq 0$ và $y^2 = x - x^2 \Rightarrow x^2 - x + y^2 = 0$.

Phương trình này có nghiệm nên :

$$\Delta = 1 - 4y^2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$$

do $y \geq 0$ nên $0 \leq y \leq \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad y \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$. Vậy (c) đúng.

79. Từ $y = \sqrt{2x^2 - 6x + 9} \quad \Rightarrow \quad y^2 = 2x^2 - 6x + 9$

$\Rightarrow \quad 2x^2 - 6x + 9 - y^2 = 0$.

Với $y \geq 0$ phương trình này luôn có nghiệm nên :

$$\Delta' = 9 - 2(9 - y^2) \geq 0 \Leftrightarrow \quad y^2 \geq \frac{9}{2}$$

Do $y \geq 0$ nên $y \geq \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad y \in \left[\frac{3}{\sqrt{2}}, +\infty\right)$. Vậy chọn câu (c).

80. Từ $y = \ln(5x^2 - 8x + 4) \quad \Rightarrow \quad 5x^2 - 8x + 4 = e^y$

$\Rightarrow \quad 5x^2 - 8x + 4 - e^y = 0$

Phương trình này có nghiệm $x \in R$ nên :

$$\Delta' = 16 - 5(4 - e^y) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5e^y - 4 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad e^y \geq \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow \quad y \geq \ln\frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad y \in \left[\ln\frac{4}{5}, +\infty\right)$$

Vậy chọn câu (a).

81. Bất đẳng thức Svacxơ cho :

$$\sqrt{x-1} + 2\sqrt{3-x} \le \sqrt{(x-1+3-x)(1+2^2)} = \sqrt{10}$$

Ngoài ra y được xác định trên [1, 3] ; $f(1) = 2\sqrt{2}$, $f(3) = \sqrt{2}$

nên $y \in [\sqrt{2}, \sqrt{10}]$. Vậy (d) là câu đúng.

82. Từ $x^4 + 1 \ge 2x^2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{x^4+1} \le \dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{x^2}{x^4+1} \ge 0$

$$\Rightarrow \quad y \in \left[0, \frac{1}{2}\right].$$ Vậy (b) đúng.

83. Từ $x^2 + 1 \ge 2|x| \Leftrightarrow \left|\dfrac{2x}{x^2+1}\right| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le y \le 1$

$$\Rightarrow \quad y \in [-1, 1].$$ Vậy (b) đúng.

84. Viết lại $y = \dfrac{1}{3}\left(3^x + 3^{-x}\right)$

$$3^x + 3^{-x} \ge 2 \Leftrightarrow y \ge \frac{2}{3} \Rightarrow y \in \left[\frac{2}{3}, +\infty\right).$$ Vậy (c) đúng.

85. Coi $5\cos 2x - 12\sin 2x = y$ là một phương trình lượng giác. Để phương trình này có nghiệm $\Leftrightarrow 25 + (-12)^2 \ge y^2 \Leftrightarrow y^2 \le 169$

$$\Leftrightarrow -13 \le y \le 13 : y \in [-13, 13]$$

Vậy (d) đúng.

86. Hàm số $y = \dfrac{3x^2 + 10x + 20}{x^2 + 2x + 3} \Leftrightarrow (y-3)x^2 + 2(y-5)x + 3y - 20 = 0.$

Phương trình này có nghiệm trên R nên :

$$\Delta' = (y-5)^2 - (y-3)(3y-20) \ge 0 \Leftrightarrow -2y^2 + 19x - 35 \ge 0$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 19x + 35 \le 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} \le y \le 7 \Leftrightarrow y \in \left[\frac{5}{2}, 7\right].$$

Vậy (c) đúng.

87. Bất đẳng thức Svacxơ cho $\sqrt{x-1} + \sqrt{9-x} \le 4$.

Trên [3, 6], f(x) liên tục và $f(3) = \sqrt{2} + \sqrt{6}$; $f(6) = \sqrt{5} + \sqrt{3}$.

Dễ thấy $f(3) < f(6)$ nên : $\sqrt{2} + \sqrt{6} \le y \le 4 \Rightarrow y \in [\sqrt{2} + \sqrt{6}, 4]$.

Vậy (b) là kết quả đúng.

88. Từ $y = \dfrac{2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 3}$ xác định trên R

$$\Leftrightarrow yx^2 - 3yx + 3y = 2x^2 - 3x \Leftrightarrow (y-2)x^2 - 3(y-1)x + 3y = 0 \quad (*)$$

$$\Delta = 9(y-1)^2 - 3y(y-2) = -3(y^2 - 2y - 3)$$

(*) có nghiệm nên $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow y^2 - 2y - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 3$

$\Rightarrow y \in [-1, 3]$. Vậy (c) là câu đúng.

89. $y' = -5\sin x + 5\sin 5x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \sin 5x = \sin x \Leftrightarrow x = k\dfrac{\pi}{2} \vee x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}$

do $x \in \left[-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}\right]$ nên chọn $x = 0$, $x = -\dfrac{\pi}{6}$, $x = \dfrac{\pi}{6}$.

Lập bảng biến thiên :

x	$-\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{6}$		0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$3\sqrt{2}$	↗	$3\sqrt{3}$	↘	4	↗	$3\sqrt{3}$	↘	$3\sqrt{2}$

Từ bảng biến thiên, do y liên tục trên $\left[-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}\right]$ nên :

$4 \leq y \leq 3\sqrt{3} \Rightarrow y \in [4, 3\sqrt{3}]$. Vậy (d) là câu đúng.

90. $y' = 4[x^3 - (1-x)^3] = 4(x - 1 + x)[x^2 + x(1-x) + (1-x)^2]$

$= 4(2x-1)(x^2 - x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		−	0	+	
y	$+\infty$	↘	$\frac{1}{8}$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, do y liên tục trên R nên : $\dfrac{1}{8} \leq y$

$\Rightarrow y \in \left[\dfrac{1}{8}, +\infty\right)$. Vậy (a) là câu đúng.

91. Viết lại $y = 3\sin x\cos x + 2(\cos^2 x - \sin^2 x) \Leftrightarrow y = \dfrac{3}{2}\sin 2x + 2\cos 2x$

Coi đây là một phương trình lượng giác cổ điển. Phương trình này có nghiệm trên R nên :

$\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + 2^2 \geq y^2 \Leftrightarrow y^2 \leq \dfrac{25}{4} \Leftrightarrow -\dfrac{5}{2} \leq y \leq \dfrac{5}{2}$

$\Rightarrow y \in \left[-\dfrac{5}{2}, \dfrac{5}{2}\right]$. Vậy chọn câu (d).

92. $y' = (-2x + 1).e^{-x^2+x}$. Bảng biến thiên của y :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		+	0	−	
y	0	↗	$e^{\frac{1}{4}}$	↘	0

$\lim\limits_{x \to \infty} e^{-x^2+x} = 0$.

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ $\forall x \in R,\quad 0 \le y \le \sqrt[4]{e}$

$\Rightarrow$ $y \in (0, \sqrt[4]{e}\,]$. Vậy chọn (b).

93. Trên $D = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$, $y' = \dfrac{x^3 - 2x}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}$.

Bảng biến thiên của y :

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		−	0	+		▨		−	0	+	
y	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$	▨	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

$\Rightarrow$ $\forall x \in D$, $y \in [2, +\infty)$. Vậy (c) là câu đúng.

94. Viết lại $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin x \cos x\,(1 + \sin x \cos x)$

$= 1 - \sin^2 x \cos^2 x + \sin x \cos x = 1 - \frac{1}{4}\sin^2 2x + \frac{1}{2}\sin 2x$

Đặt : $\sin 2x = t$ thì $-1 \le t \le 1$

Ta có $y = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{2}t + 1$

$y' = -\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}$

Bảng biến thiên của y :

t	-1		1
y'		+	0
y	$\frac{1}{4}$	↗	$\frac{5}{4}$

$\Rightarrow$ $y \in \left[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$. Vậy (c) là kết quả đúng.

95. Viết lại $y = \dfrac{3(1-\sin^2 x)^2 + 4\sin^2 x}{3\sin^4 x + 2(1-\sin^2 x)} = \dfrac{3\sin^4 x - 2\sin^2 x + 3}{3\sin^4 x - 2\sin^2 x + 2}$

Đặt $\sin^2 x = t$ thì $t \in [0, 1]$

$$y = \frac{3t^2 - 2t + 3}{3t^2 - 2t + 2} \qquad y' = \frac{-3t + 1}{(3t^2 - 2t + 2)^2}$$

Bảng biến thiên :

t	0		$\frac{1}{3}$		1
y'		+	0	−	
y	$\frac{3}{2}$	↗	$\frac{8}{5}$	↘	$\frac{4}{3}$

$\Rightarrow$ $\forall t \in [0, 1]$ thì $\frac{4}{3} \le y \le \frac{8}{5}$

$\Rightarrow$ $y \in \left[\frac{4}{3}, \frac{8}{5}\right]$. Vậy chọn câu (b).

96. $y' = 1 - \dfrac{x}{\sqrt{8-x^2}} = \dfrac{\sqrt{8-x^2} - x}{\sqrt{8-x^2}}$ $\left(\text{trên } D = \left[-2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2}\right]\right)$.

Nếu $x < 0$ thì $y' > 0$.

Nếu $x > 0$, dấu y' là dấu của $\left(\sqrt{8-x^2} - x\right)\left(\sqrt{8-x^2} + x\right) = 8 - 2x^2$

x	$-2\sqrt{2}$		0		2		$2\sqrt{2}$
y'		+		+		−	
y	$-2\sqrt{2}$	↗		↗	4	↘	$2\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ $\forall x \in [-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$ thì $y \in [-2\sqrt{2}, 4]$.

Vậy chọn câu (c).

97. $y = \lg(3x^2 - 4x + 5)$ có tập xác định $D = R$ (do $3x^2 - 4x + 5 > 0\ \forall x$).

Từ $y = \lg(3x^2 - 4x + 5)$ $\Rightarrow$ $10^y = 3x^2 - 4x + 5$

$\Leftrightarrow$ $3x^2 - 4x + 5 - 10^y = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ $\Delta' = 4 - 3(5 - 10^y) \ge 0$

$\Leftrightarrow$ $3.10^y - 11 \ge 0$ $\Leftrightarrow$ $10^y \ge \frac{11}{3}$ $\Leftrightarrow$ $y \ge \lg\frac{11}{3}$

$\Rightarrow$ $y \in \left[\lg\frac{11}{3}, +\infty\right)$. Vậy chọn câu (b).

98. $y = \lg(4x^2 - 8x + 7)$ có tập xác định $D = R$ (do $4x^2 - 8x + 7 > 0\ \forall x$).

$y = \lg(4x^2 - 8x + 7) \Rightarrow 4x^2 - 8x + 7 = 10^y$

$\Rightarrow 4x^2 - 8x + 7 - 10^y = 0$

Phương trình này có nghiệm

$\Rightarrow \Delta' = 16 - 4(7 - 10^y) \geq 0$

$\Leftrightarrow 4.10^y - 12 \geq 0 \Leftrightarrow 10^y \geq 3 \Leftrightarrow y \geq 10^3 = 1000$

$\Rightarrow f(D) = [1000, +\infty)$. Vậy chọn câu (c).

99. Trên R, $y = \ln(e^{2x} + 2.e^x + 4)$ luôn xác định.

$\Rightarrow e^y = e^{2x} + 2.e^x + 4 \Rightarrow e^{2x} + 2.e^x + 4 - e^y = 0$

Đặt $e^x = t$ ($t > 0$), phương trình $t^2 + 2.t + 4 - e^y = 0$ có nghiệm $t > 0$.

Đặt $g(t) = t^2 + 2t + 4 - e^y$: Phương trình $f(t) = 0$ có $t_1 + t_2 = -2$. Phải có $t_1 < 0 < t_2 \Rightarrow g(0) < 0$

$\Rightarrow 4 - e^y < 0 \Rightarrow e^y > 4 = e^{\ln 4} \Rightarrow y > \ln 4$

$\Rightarrow f(D) = (\ln 4, +\infty)$. Vậy chọn câu (c).

100. $y = \ln(e^{2x} - 2e^x + 8)$ được xác định trên R.

Từ $y = \ln(e^{2x} - 2.e^x + 8) \Rightarrow e^y = e^{2x} - 2.e^x + 8$

$\Leftrightarrow e^{2x} - 2.e^x + 8 - e^y = 0.$

Đặt $e^x = t > 0$ được $g(t) = t^2 - 2t + 8 - e^y = 0$

$g(t)$ có $\Delta' = 1 - 8 + e^y = e^y - 7$.

Để phương trình $g(t) = 0$ có nghiệm thì $e^y - 7 \geq 0$ (1)

Ngoài ra, khi $e^y - 7 > 0$ thì phương trình có hai nghiệm t_1, t_2 và $t_1 + t_2 = 2$.

Nếu $8 - e^y > 0$: $0 < t_1 < t_2$ (2)

Nếu $8 - e^y < 0$ thì $t_1 < 0 < t_2$ (3)

(1) và (2) cho $7 \leq e^y < 8 \Leftrightarrow \ln 7 \leq y < \ln 8$.

(3) cho $e^y > 8 \Rightarrow y > \ln 8$

Hợp nghiệm được $y \geq \ln 7 \Rightarrow f(D) = [\ln 7, +\infty) \Rightarrow$ (d) sai.

101. $y = f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{20 - 5x} = \sqrt{x+2} + \sqrt{5}.\sqrt{4-x}$:

y có tập xác định $D = [-2, 4]$.

Bất đẳng thức BCS cho :

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{5}.\sqrt{4-x} \leq \sqrt{1+5}.\sqrt{x+2+4-x} = 6.$$

Như vậy $\forall x \in D$, $f(x) \leq 6$.

Ngoài ra $f(-2) = \sqrt{30}$, $f(4) = \sqrt{6} \Rightarrow f(D) = [\sqrt{6}, 6]$.

Vậy chọn câu (d).

102. $y = f(x) = \sqrt{3+3x} - \sqrt{3-x} = \sqrt{3}.\sqrt{1+x} - \sqrt{3-x}$

có tập xác định là : $D = [-1, 3]$.

Bất đẳng thức B.C.S cho :

$$\sqrt{3}.\sqrt{1+x} - \sqrt{3-x} \le \sqrt{3+1}.\sqrt{1+x+3-x} = 4$$

$f(-1) = -2, \quad f(3) = 2\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad f(D) = [-2, 4]$.

Vậy chọn câu (b).

103. $y = \varphi(x) = \dfrac{1-3x}{x+2}$ trên $D = R\backslash\{-2\} \quad \Rightarrow \quad y.x + 2y = 1 - 3x$

$\Rightarrow \quad (y+3)x = 1 - 2y$. Với $y \in R\backslash\{-3\}$ có $x = \dfrac{1-2y}{y+3}$.

$\varphi(D) = R\backslash\{-3\}$. Vậy chọn câu (c).

104. $y = g(x) = \dfrac{x+3}{2x-5}$. Trên $D = R\backslash\left\{\dfrac{5}{2}\right\}$ có $2y.x - 5y = x + 3$

$\Rightarrow \quad (2y-1)x = 5y + 3$. Với $y \in R\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ thì $x = \dfrac{5y+3}{2y-1}$

$\Rightarrow \quad g(D) = R\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. Vậy chọn câu (c).

105. $y = f(x) = \dfrac{x^2}{1-x^2}$. $D = R\backslash\{-1, 1\}$. Trên D, có $y' = \dfrac{2x}{(1-x^2)^2}$.

Bảng biến thiên của $y = f(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow \quad f(D) = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$.

Vậy chọn câu (d).

106. $y = \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x + 5$.

$$-\sqrt{3+1}.\sqrt{\cos^2 2x + \sin^2 2x} \le \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x \le \sqrt{3+1}.\sqrt{\cos^2 2x + \sin^2 2x}$$

$\Leftrightarrow \quad 5 - 2 \le \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x + 5 \le 2 + 5$

$\Leftrightarrow \quad 3 \le \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x + 5 \le 7$

$\Leftrightarrow \quad 3 \le y \le 7$: $f(D) = [3, 7]$.

(c) là kết luận sai.

Chủ đề 4 : TÍNH TUẦN HOÀN

107. $y = f(x) = \cos^2 3x = \dfrac{1 + \cos 6x}{2} = \dfrac{1}{2}(1 + \cos(6x + k2\pi))$

$$= \frac{1}{2}\left[1 + \cos 6\left(x + \frac{k\pi}{3}\right)\right] = f\left(x + k\frac{\pi}{3}\right)$$

tuần hoàn, chu kỳ $\dfrac{\pi}{3}$. Vậy chọn câu (c).

108. $f(x) = \sin 2x + \cos 3x = \sin(2x + k2\pi) + \cos(3x + l2\pi)$

$$= \sin 2(x + k\pi) + \cos 3\left(x + l.\frac{2\pi}{3}\right)$$

Để hàm tuần hoàn, phải chọn k, $l \in Z$ sao cho

$$k\pi = \frac{2l\pi}{3} \Leftrightarrow 2l = 3k \Leftrightarrow l = k + \frac{k}{2}$$

$l \in Z$ nên $\dfrac{k}{2} = t \in Z \Leftrightarrow k = 2t \Rightarrow l = 3t$

$\Rightarrow$ $f(x) = \sin 2(x + 2\pi t) + \cos 3(x + 2\pi t) = f(x + 2\pi t)$

$\Rightarrow$ f(x) tuần hoàn, chu kỳ là 2π.

Vậy chọn câu (b).

109. $f(x) = \sin\dfrac{x}{2} + \sin\dfrac{x}{3} = \sin\left(\dfrac{x}{2} + k2\pi\right) + \sin\left(\dfrac{x}{3} + l2\pi\right)$

$$= \sin\frac{x + k4\pi}{2} + \sin\frac{x + l6\pi}{3}$$

Ta chọn k và $l \in Z$ sao cho :

$$4k\pi = 6l\pi \Leftrightarrow 2k = 3l \Leftrightarrow k = l + \frac{l}{2}$$

Đặt $\dfrac{l}{2} = t \in Z \Leftrightarrow l = 2t \Rightarrow k = 3t$

$$f(x) = \sin\frac{x + 12\pi t}{2} + \sin\frac{x + 12\pi t}{3} = f(x + 12\pi t)$$

$\Rightarrow$ chu kỳ tuần hoàn của f là 12π.

Vậy chọn (d).

110. $f(x) = \cos 3x + \cos 5x = \cos(3x + k2\pi) + \cos(5x + l.2\pi)$

$$= \cos 3\left(x + \frac{2k\pi}{3}\right) + \cos 5\left(x + \frac{2l\pi}{5}\right)$$

Chọn k và $l \in Z$ sao cho :

$$\frac{2k\pi}{3} = \frac{2l\pi}{5} \Leftrightarrow 3l = 5k \Leftrightarrow l = 2k - \frac{k}{3}$$

Đặt $\dfrac{k}{3} = t \in Z \quad \Leftrightarrow \quad k = 3t \quad \Rightarrow \quad l = 5t$

$\Rightarrow \quad \cos3(x + t.2\pi) + \cos5(x + t2\pi) = f(x + t2\pi)$

f(x) tuần hoàn, chu kỳ $T = 2\pi$.

Vậy chọn (c).

111. $y = f(x) = 2\sin^2 x + 3\cos^2 3x = 1 - \cos2x + 3\dfrac{(1 + \cos 6x)}{2}$

$$= \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\cos 6x - \cos 2x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\cos(6x + k2\pi) - \cos(2x + l2\pi)$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\cos6\left(x + \frac{k\pi}{3}\right) - \cos2(x + l\pi)$$

Chọn k, $l \in Z$ sao cho : $\dfrac{k}{3} = l \quad \Leftrightarrow \quad k = 3l$

$$f(x) = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\cos6(x + l\pi) - \cos2(x + l\pi) = f(x + l\pi)$$

$\Rightarrow$ f tuần hoàn, chu kỳ $T = \pi$.

Vậy chọn (a).

112. $y = f(x) = 2\tan\dfrac{x}{3} - 3\cot\dfrac{x}{4} = 2\tan\left(\dfrac{x}{3} + k\pi\right) - 3\text{cog}\left(\dfrac{x}{4} + l\pi\right)$

$$= 2\tan\frac{x + 3k\pi}{3} - 3\cot\frac{x + 4l\pi}{4}$$

Chọn k, $l \in Z$ sao cho :

$$3k\pi = 4l\pi \quad \Leftrightarrow \quad 3k = 4l \quad \Leftrightarrow \quad k = l + \frac{l}{3}$$

Đặt : $\dfrac{l}{3} = t \in Z \quad \Rightarrow \quad l = 3t \quad \Rightarrow \quad k = 4t$

$\Rightarrow \quad f(x) = 2\tan\dfrac{x + 12t\pi}{3} - 3\cot\dfrac{x + 12t\pi}{4} = f(x + 12\pi t)$

$\Rightarrow$ f tuần hoàn, chu kỳ $T = 12\pi$.

Vậy chọn (c).

113. $y = f(x) = \sin x + 2\sin2x + 3\sin3x$

$$= \sin(x + k2\pi) + 2\sin(2x + h2\pi) + 3\sin(3x + l2\pi)$$

$$= \sin(x + k2\pi) + 2\sin2(x + k\pi) + 3\sin3\left(x + \frac{2l\pi}{3}\right)$$

Chọn $h = 2k$.

Hàm số này tuần hoàn khi $h\pi = 2k\pi = \dfrac{2l\pi}{3} \quad \Leftrightarrow \quad l = 3k$.

$\Rightarrow$ $f(x) = \sin(x + k2\pi) + 2\sin2(x + k2\pi) + 3\sin3(x + k2\pi) = f(x + k2\pi)$

$\Rightarrow$ f tuần hoàn, chu kỳ $T = 2\pi$.

Vậy chọn (b).

114. $y = f(x) = \tan x + \tan\frac{x}{2} + \tan\frac{x}{3} = \tan(x + k\pi) + \tan\left(\frac{x}{2} + h\pi\right) + \tan\left(\frac{x}{3} + l\pi\right)$

$$= \tan(x + k\pi) + \tan\left(\frac{x + 2h\pi}{2}\right) + \tan\left(\frac{x + 3l\pi}{3}\right)$$

Chọn k, h, $l \in Z$ sao cho : $k\pi = 2h\pi = 3l\pi \Leftrightarrow k = 2h = 3l$

Chọn $l = 2t$ thì $h = 3t$, $k = 6t$ $(t \in Z)$

$\Rightarrow$ $f(x) = \tan(x + 6\pi t) + \tan\left(\frac{x + 6\pi t}{2}\right) + \tan\left(\frac{x + 6\pi t}{3}\right) = f(x + 6\pi t)$

$\Rightarrow$ f tuần hoàn, chu kỳ $T = 6\pi$.

Vậy chọn (c).

115. $y = f(x) = \sin2x = \sin(2x + k2\pi) = \sin2(x + k\pi) = f(x + k\pi)$: tuần hoàn, chu kỳ $T = \pi$.

$y = \cos\frac{x}{3} = f(x) = \cos\left(\frac{x}{3} + k2\pi\right) = \cos\left(\frac{x + k6\pi}{3}\right) = f(x + k6\pi)$: tuần hoàn, chu kỳ $T = 6\pi$.

$y = \sqrt{\tan x} = f(x) = \sqrt{\tan(x + k\pi)} = f(x + k\pi)$: tuần hoàn, chu kỳ $T = \pi$.

(a), (b), (c) đúng. Vậy (d) sai.

116. Từ $f(x) + f(x + 1) = 1 \Leftrightarrow f(x + 1) = 1 - f(x)$

$f(x + 2) = 1 - f(x + 1) = 1 - 1 + f(x) = f(x)$: f(x) là hàm tuần hoàn, chu kỳ $T = 2$.

(a), (b), (c) đúng. Vậy (d) sai.

117. $y = f(x) = \cos3x.\cos x = \frac{1}{2}(\cos4x + \cos2x)$

$$= \frac{1}{2}[\cos(4x + k2\pi) + \cos(2x + n2\pi)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\cos4\left(x + k\frac{\pi}{2}\right) + \cos2(x + n\pi)\right]$$

Để f(x) tuần hoàn thì $\exists k, n \in Z$ sao cho $k\frac{\pi}{2} = n\pi \Rightarrow k = 2n$

$$f(x) = \frac{1}{2}[\cos4(x + n\pi) + \cos2(x + n\pi)] = f(x + n\pi)$$

$\Rightarrow$ f(x) tuần hoàn, chu kì $T = \pi$. Vậy chọn câu (d).

118. $y = f(x) = \sin 5x.\sin 2x = \dfrac{1}{2}[\cos 3x - \cos 7x]$

$$= \frac{1}{2}[\cos(3x + k2\pi) - \cos(7x + n2\pi)]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\cos 3\left(x + k\frac{2\pi}{3}\right) - \cos 7\left(x + n\frac{2\pi}{7}\right)\right]$$

Để hàm số tuần hoàn thì $\exists k, n \in Z : \dfrac{k2\pi}{3} = \dfrac{n2\pi}{7}$

$\Leftrightarrow \quad 3n = 7k \quad \Leftrightarrow \quad n = \dfrac{7}{3}k = 2k + \dfrac{k}{3}.$

Đặt $\dfrac{k}{3} = t \quad \Rightarrow \quad k = 3t$ thì $n = 7t$ $(t \in Z)$

$$f(x) = \frac{1}{2}[\cos 3(x + 2\pi t) - \cos 7(x + 2\pi t)] = f(x + 2\pi t)$$

$\Rightarrow$ f(x) tuần hoàn, chu kì $T = 2\pi$.

Vậy chọn câu (b).

119. $y = f(x) = 2\sin^2 2x + \cos x$

$$= 1 - \cos 4x + \cos x = 1 - \cos(4x + k2\pi) + \cos(x + n2\pi)$$

$$= 1 - \cos 4\left(x + k\frac{\pi}{2}\right) + \cos(x + n2\pi).$$

Để hàm số tuần hoàn thì $\exists k, n \in Z : k\dfrac{\pi}{2} = n2\pi \quad \Leftrightarrow \quad k = 4n$

$\Rightarrow \quad f(x) = 1 - \cos 4(x + 2\pi n) + \cos(x + 2\pi n) = f(x + n2\pi).$

$\Rightarrow$ f(x) tuần hoàn, chu kì $T = 2\pi$. Vậy chọn câu (c).

120. $y = f(x) = 3\cos(2x + 1) - 2\sin\left(\dfrac{x}{2} - 3\right)$

$$= 3\cos(2x + 1 + k2\pi) - 2\sin\left(\frac{x}{2} - 3 + n2\pi\right)$$

$$= 3\cos[2(x + k\pi) + 1] - 2\sin\left(\frac{x + 4n\pi}{2} - 3\right)$$

Để hàm số tuần hoàn thì $k\pi = 4n\pi \quad \Leftrightarrow \quad k = 4n$

$\Rightarrow \quad f(x) = 3\cos[2(x + 4n\pi) + 1] - 2\sin\left(\dfrac{x + 4n\pi}{2} - 3\right) = f(x + 4n\pi)$

$\Rightarrow$ Hàm số f(x) tuần hoàn, chu kì $T = 4\pi$.

Vậy chọn câu (b).

121. $y = f(x) = 2\tan(3x + 2) - \cot(2x - 5)$

$$= 2\tan(2x + 2 + k\pi) - \cot(2x - 5 + n\pi)$$

$$= 2\tan\left[3\left(x + \frac{k\pi}{3}\right) + 2\right] - \cot\left[2\left(x + \frac{n\pi}{2}\right) - 5\right]$$

Để f(x) tuần hoàn thì $\exists k, n \in Z : \frac{k\pi}{3} = \frac{n\pi}{2} \Leftrightarrow k = \frac{3n}{2} = n + \frac{n}{2}$

Đặt $\frac{n}{2} = t$ thì $n = 2t$ và $k = 3t$.

$$\Rightarrow f(x) = 2\tan\left[3\left(x + \frac{3t\pi}{3}\right) + 2\right] - \cot\left[2\left(x + \frac{2t\pi}{2}\right) - 5\right]$$

$$= 2\tan[3(x + \pi t) + 2] - \cot[2(x + \pi t) - 5] = f(x + \pi t)$$

$\Rightarrow$ f(x) tuần hoàn, chu kì $T = \pi$.

Vậy chọn câu (c).

122. $y = f(x) = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$

$$= \tan(x + k\pi) + \tan(2x + n\pi) + \tan(3x + l\pi)$$

$$= \tan(x + k\pi) + \tan 2\left(x + n\frac{\pi}{2}\right) + \tan 3\left(x + l\frac{\pi}{3}\right)$$

Để hàm số tuần hoàn thì $\exists k, n, l \in Z$ sao cho

$$k\pi = n\frac{\pi}{2} = l\frac{\pi}{3} \Rightarrow n = 2k,\ l = 3k$$

$$\Rightarrow f(x) = \tan(x + k\pi) + \tan 2\left(x + 2k\frac{\pi}{2}\right) + \tan 3\left(x + 3k\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \tan(x + k\pi) + \tan 2(x + k\pi) + \tan 3(x + k\pi) = f(x + k\pi)$$

$\Rightarrow$ f(x) tuần hoàn, chu kì $T = \pi$.

Vậy chọn câu (c).

Chủ đề 5 : DÃY SỐ – CẤP SỐ

123. (c) sai vì số lẻ thứ n là $a_n = 2n - 1$.

124. Theo quy luật phát triển của dãy số có :

$$a_1 = 3,\quad a_2 = \frac{3}{2},\quad a_3 = \frac{3}{4},\quad a_4 = \frac{3}{8} \Rightarrow a_n = \frac{3}{2^{n-1}}.$$

Vậy (d) là kết quả sai.

125. $a_1 = \frac{1}{2},\quad a_2 = 1,\quad a_3 = \frac{5}{4},\quad a_4 = \frac{7}{5},\quad a_5 = \frac{3}{2}.$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{2} + 1 + \frac{5}{4} + \frac{7}{5} + \frac{3}{2} = \frac{113}{20}.$$

Vậy chọn (b).

126. Chú ý rằng $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ thì :

$$a_1 = 1 - \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

....

$$a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

Cộng lại được $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

Vậy (c) đúng.

127. Viết lại $a_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$, từ đó :

$$a_1 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right)$$

....

$$a_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$$

Cộng từng vế : $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2n+1}\right) = \frac{n}{2n+1}$

Vậy (d) đúng.

128. $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = (1 + 2 + \ldots + n)^2$: (c) là câu sai.

129. $a_n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2} \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{1^2+1}{2}$

$$a_2 = \frac{2^2 + 2}{2}$$

$$a_3 = \frac{3^2 + 3}{2}$$

…………………

$$a_n = \frac{n^2 + n}{2}$$

$$\Rightarrow \quad a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \frac{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2) + (1 + 2 + \ldots + n)}{2}$$

$$= \frac{\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \dfrac{n(n+1)}{2}}{2} = \frac{\dfrac{n(n+1)}{2}\left(\dfrac{2n+1}{3} + 1\right)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}.$$

Vậy (a) đúng.

130. Từ $a_n = \dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3n-2} - \dfrac{1}{3n+1}\right)$

$$\Rightarrow \quad a_1 = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$a_2 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right)$$

$$a_3 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right)$$

…………………………

$$a_n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1}\right)$$

$$\Rightarrow \quad a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) = \frac{n}{3n+1}.$$

Vậy (c) đúng.

131. $A.2\sin\dfrac{x}{2} = 2\sin x.\sin\dfrac{x}{2} + 2\sin 2x.\sin\dfrac{x}{2} + \ldots + 2\sin nx.\sin\dfrac{x}{2}$

$$= \cos\frac{x}{2} - \cos\frac{3x}{2} + \cos\frac{3x}{2} - \cos\frac{5x}{2} + \ldots + \cos\frac{2n-1}{2} - \cos\frac{2n+1}{2}x$$

$$= \cos\frac{x}{2} - \cos\frac{2n+1}{2}x \quad \Rightarrow \quad A = \frac{\cos\dfrac{x}{2} - \cos\dfrac{2n+1}{2}x}{2\sin\dfrac{x}{2}}$$

Vậy (a) đúng.

132. Nếu $4^k + 15k - 1$ chia hết cho 9 thì :

$$4^{k+1} + 15(k+1) - 1 = 4(4^k + 15k - 1) - 45k + 18$$

cũng chia hết cho 9 $\Rightarrow$ (a) đúng.

Nếu $5^k - 4k - 1$ chia hết cho 16 thì :

$$5^{k+1} - 4(k+1) - 1 = 5(5^k - 4k - 1) + 16k$$

cũng chia hết cho 16 : (b) đúng.

Khi n = 2 thì $2^3 + 5.2 = 18$ không chia hết cho 4 : (c) sai.

Độc giả có thể kiểm nghiệm bằng phương pháp quy nạp rằng (d) đúng.

Vậy chọn (c).

133. Công thức số hạng tổng quát $a_n = 5 + (n-1).4$

$$5 + (n-1).4 = 201 \Leftrightarrow n = 50$$

$$5 + (n-1).4 = 317 \Leftrightarrow n = 79$$

$$5 + (n-1).4 = 421 \Leftrightarrow n = 105$$

$5 + (n-1).4 = 3199$: không có $n \in N$ thỏa.

Vậy chọn (d).

134.

$$a_9 = a_1 + 8.5 = 47 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$a_n = 7 + (n-1).5 = 10042 \Leftrightarrow n = 2008$$

Vậy chọn (c).

135.

$$S_1 = 2.\frac{(1+99)99}{2} + 100 = 10000$$

$$S_2 = 199 + 195 + 191 + \ldots + 3 = \frac{(199+3)50}{2} = 5050$$

$$\left.\begin{aligned} S_3 &= 3 + 7 + \ldots + 87 \\ 87 &= 3 + (n-1).4 \Leftrightarrow n = 22 \end{aligned}\right\} S_3 = \frac{(3+87).22}{2} = 990$$

(c) là kết quả sai.

136. Hệ phương trình đề cho có thể viết : $\begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$

Vậy chọn (b).

137. Nếu số số hạng là n thì $\dfrac{(2+30)n}{2} = 352 \Leftrightarrow n = 22.$

$$30 = 2 + 21d \Rightarrow d = \frac{4}{3}.$$

Vậy chọn (d).

138. Từ giả thiết có hệ phương trình : $\begin{cases} u_1 + 2d = -15 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{matrix}$

$$S_{50} = \frac{(u_1 + u_{50})50}{2}\ ; \qquad u_{50} = -21 + 49.3 = 126$$

$$\Rightarrow\ S_{50} = \frac{(-21 + 126)50}{2} = 2625.$$

Vậy chọn (d).

139. Để $10 - 3x,\ 2x^2 + 3,\ 7 - 4x$ làm thành cấp số cộng thì :

$$10 - 3x + 7 - 4x = 2(2x^2 + 3)$$

$$\Rightarrow\quad 4x^2 + 7x - 11 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1 \text{ hay } x = -\frac{11}{4}.$$

Vậy chọn (a).

140. Phương trình $x^4 - 2(m + 1)x^2 + 2m + 1 = 0$, với $m \neq 0$ luôn có nghiệm $x^2 = 1$ hay $x^2 = 2m + 1$.

- Trường hợp 1 : nếu $m > 0$, 4 nghiệm phân biệt xếp theo thứ tự là :

$$-\sqrt{2m+1}\ ,\ -1,\ 1,\ \sqrt{2m+1}\ .$$

Để 4 nghiệm này lập thành 1 cấp số cộng thì : $\sqrt{2m+1} - 1 = 2$

$$\Leftrightarrow\quad \sqrt{2m+1} = 3 \quad\Leftrightarrow\quad 2m + 1 = 9 \quad\Leftrightarrow\quad m = 4.$$

- Trường hợp 2 : nếu $-\frac{1}{2} < m < 0$ thì thứ tự của 4 nghiệm phân biệt là :

$$-1,\ -\sqrt{2m+1}\ ,\ \sqrt{2m+1}\ ,\ 1.$$

Để 4 nghiệm này lập thành 1 cấp số cộng thì :

$$1 - \sqrt{2m+1} = 2\sqrt{2m+1} \quad\Leftrightarrow\quad 3.\sqrt{2m+1} = 1$$

$$\Leftrightarrow\quad \sqrt{2m+1} = \frac{1}{3} \quad\Leftrightarrow\quad 2m + 1 = \frac{1}{9} \quad\Leftrightarrow\quad m = -\frac{4}{9}$$

Vậy chọn (a).

141.

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 5n^2 + 3n$$

$$S_{n-1} = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} = 5(n-1)^2 + 3(n-1)$$

$$\left.\begin{aligned} S_n - S_{n-1} = a_n &= 10n - 2 \\ a_{n-1} &= 10(n-1) - 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad d = 10,\quad a_1 = 8$$

Vậy chọn (b).

142. a, b, c lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow\quad a + c = 2b\ ; \quad b - a = c - b = d\ ; \quad c - a = 2d$$

$$\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{d}\ ; \quad \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{c} - \sqrt{a}}{2d}\ ; \quad \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{d}$$

$$\frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{d} + \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{d} = \frac{\sqrt{c} - \sqrt{a}}{d} = 2\left(\frac{\sqrt{c} - \sqrt{a}}{2d}\right) : \text{(a) đúng.}$$

$a^2 + 2bc = a^2 + (a + c)c = a(a + c) + c^2 = 2ab + c^2$: (b) đúng.

$a^2 + 8bc = a^2 + 4ac + 4c^2 = (a + 2c)^2 = (2b - c + 2c)^2 = (2b + c)^2$: (c) đúng.

Vậy (d) sai.

143. Đề toán cho $S_n = \dfrac{2u_1 + (n - 1)d}{2}.n = m \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + (n - 1)d = \dfrac{2m}{n} \\ 2u_1 + (m - 1)d = \dfrac{2n}{m} \end{cases}$

Tương tự

Từ hệ phương trình trên tính được $d = \dfrac{-2(m + n)}{m.n}$

và $u_1 = \dfrac{m^2 + n^2 + mn - m - n}{m.n}$

$$S_{m+n} = \frac{[2u_1 + (m + n - 1)d](m + n)}{2}$$

$$= \frac{\left[\dfrac{2(m^2 + n^2 + mn - m - n)}{mn} + \dfrac{(m + n - 1).-2(m + n)}{mn}\right].(m + n)}{2}$$

$$= \frac{(m^2 + n^2 + mn - m - n - (m + n)^2 + m + n)}{mn}(m + n) = -(m + n)$$

Vậy (b) là kết quả đúng.

144. Giả sử phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số cộng thì :

$x_1 + x_2 + x_3 = 3x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0$ là một nghiệm của phương trình.
Khi đó ta có phương trình $x^3 + ax = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + a) = 0$

Phương trình này có 3 nghiệm $x_1 = -\sqrt{-a}$, $x_2 = 0$, $x_3 = \sqrt{-a}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

Đảo lại nếu $a < 0$ và $b = 0$ thì phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số cộng.

Vậy (d) là kết quả đúng.

145. Phương trình $x^4 - (3m + 4)x^2 + (m + 1)^2 = 0$

có $\Delta = 5m^2 + 16m + 12$.

Để có đủ 4 nghiệm thì $3m + 4 > 0$, $(m + 1)^2 > 0$ và $\Delta > 0$

$\Leftrightarrow m > -\dfrac{6}{5}$.

4 nghiệm lập thành một cấp số cộng khi :

$$\sqrt{\frac{3m + 4 + \sqrt{\Delta}}{2}} - \sqrt{\frac{3m + 4 - \sqrt{\Delta}}{2}} = 2\sqrt{\frac{3m + 4 - \sqrt{\Delta}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{3m + 4 + \sqrt{\Delta}}{2}} = 3\sqrt{\frac{3m + 4 - \sqrt{\Delta}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 10\sqrt{\Delta} = 8(3m + 4)$$

$$\Leftrightarrow \quad 25(5m^2 + 16m + 12) = 16(9m^2 + 24m + 16)$$

$$\Leftrightarrow \quad 19m^2 - 16m - 44 = 0$$

$\Leftrightarrow \quad m = 2$ hay $m = -\dfrac{22}{19}$ đều thỏa $m > -\dfrac{6}{5}$.

Vậy (a) là đáp số đúng.

146. $(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + ab + ac - ab - b^2 - bc + ac + bc + c^2$

$$= a^2 + 2ac - b^2 + c^2 = a^2 + 2b^2 - b^2 + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2$$

$$(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) = a^2b^2 + b^2c^2 + b^4 + a^2c^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + 2a^2c^2$$

$$= a^2b^2 + b^2c^2 + 2ac.ac$$

$$= a^2b^2 + b^2c^2 + 2ac.b^2 = (ab + bc)^2$$

$$(bc + ca + ab)^3 = [b(c + b + a)]^3 = b^2.b(a + b + c)^3 = abc.(a + b + c)^3$$

(a), (b), (c) đều đúng. Vậy (d) sai.

147. Đề cho biết $a_n = a_1.q^{n-1} = 7.2^{n-1} = 1792$

$$\Leftrightarrow \quad 2^{n-1} = 256 \quad \Leftrightarrow \quad n - 1 = 8 \quad \Leftrightarrow \quad n = 9.$$

Tổng $S_9 = \dfrac{a_1(q^9 - 1)}{q - 1} = \dfrac{7(2^9 - 1)}{2 - 1} = 7.\ 511 = 3577$

Vậy chọn câu (b).

148. Từ a, b, c là cấp số cộng có : $a + c = 2b$

$$a + b + c = 18 \quad \Leftrightarrow \quad 3b = 18 \quad \Leftrightarrow \quad b = 6$$

$$\Leftrightarrow \quad a + c = 12 \quad \Leftrightarrow \quad c = 12 - a$$

a, b, c + 3 là cấp số nhân $\Leftrightarrow \quad a.(c + 3) = b^2 = 36$

$$\Leftrightarrow \quad a(15 - a) = 36 \quad \Leftrightarrow \quad a^2 - 15a + 36 = 0$$

$\Leftrightarrow \quad a = 3$ hay $a = 12$

Nhận $a = 3$. Từ đó $a = 3$, $b = 6$, $c = 9$

Vậy chọn câu (d).

149. $\begin{cases} a_3 + a_5 = 20 \\ a_4 + a_6 = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1q^2(1 + q^2) = 20 \\ a_1q^3(1 + q^2) = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -2 \\ a_1 = 1 \end{cases}$

$$S_8 = \frac{a_1(q^8 - 1)}{q - 1} = \frac{1((-2)^8 - 1)}{-2 - 1} = \frac{255}{-3} = -85$$

Vậy chọn câu (b).

150. Theo một tính chất của cấp số nhân thì :

$$(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 21.(a - b + c) = 189 \quad \Leftrightarrow \quad a - b + c = 9$$

Từ $\begin{cases} a + b + c = 21 \\ a - b + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \quad 2b = 12 \quad \Leftrightarrow \quad b = 6$

a, c là nghiệm của hệ : $\begin{cases} a + c = 15 \\ a.c = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = 12 \end{cases}$ hoặc ngược lại.

Vậy chọn câu (c).

151. Điều kiện đề cho có thể viết lại :

$$\begin{cases} a_1 + a_1.q^5 = 244 \\ a_1q^2 + a_1q^3 = 36 \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{1 + q^5}{q^2 + q^3} = \frac{61}{9}$$

$$\Rightarrow \quad 9.q^5 - 61q^3 - 61q^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (q + 1)(q - 3)\left(q - \frac{1}{3}\right)(9q^2 + 21q + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad q = -1, \quad q = 3, \quad q = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{-7 - \sqrt{13}}{6}, \quad q = \frac{-7 + \sqrt{13}}{6}$$

Loại $q = -1$, còn các giá trị $q = 3$, $q = \frac{1}{3}$, $q = \frac{-7 - \sqrt{13}}{6}$, $q = \frac{-7 + \sqrt{13}}{6}$ đều thỏa các điều kiện của đề.

Vậy chọn câu (b).

152. 4^{x+3}, 2^{5x+1}, 4^{x^2+1} lập thành cấp số nhân

$$\Leftrightarrow \quad 4^{x+3}.\,4^{x^2+1} = (2^{5x+1})^2 \quad \Leftrightarrow \quad 4^{x^2+x+4} = 4^{5x+1}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + x + 4 = 5x + 1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \text{hay} \quad x = 3.$$

Vậy chọn (c).

153. $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 13 \\ a_4 + a_5 + a_6 = 351 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1(1 + q + q^2) = 13 \\ a_1q^3(1 + q + q^2) = 351 \end{cases} \Rightarrow \quad q^3 = \frac{351}{13} = 27 \Rightarrow \quad q = 3 \Rightarrow \quad a_1 = 1$

Vậy chọn câu (b).

154. Nếu số viết xen giữa là x thì số chưa biết là $2x - 3$, và nếu bớt số giữa 6 đơn vị, ta được cấp số nhân 3, $x - 6$, $2x - 3$ và có phương trình :

$$3(2x - 3) = (x - 6)^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 3 \quad \text{hay} \quad x = 15$$

Chọn $x = 15 \Rightarrow$ số chưa biết là 27.

Vậy chọn câu (d).

155. $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1(1 + q) = 3$

$x_3 + x_4 = 12 \Leftrightarrow x_1q^2(1 + q) = 12$ $\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$ (do $q > 0$)

$q = 2$ thì $x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 4, \quad x_4 = 8$

$\Rightarrow \quad a = x_1.x_2 = 2, \quad b = x_3.x_4 = 32$

Vậy chọn câu (a).

156. $u_n = \dfrac{2n+1}{3n+5}$.

Xét phương trình $\dfrac{2n+1}{3n+5} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 4n + 2 = 3n + 5 \Leftrightarrow n = 3.$

$\dfrac{1}{2}$ là số hạng thứ ba của dãy số : (a) sai.

(b), (c), (d) đều đúng.

157. $u_n = \dfrac{1+(-1)^n}{2n}$. Từ công thức của u_n, nếu n lẻ thì $u_n = 0$. Như vậy $u_{15} = 0$.

(b) sai.

158. $\begin{cases} a_1 = 1 & (1) \\ a_{n+1} = a_n + 2 & (2) \end{cases} \forall n.$

(1) và (2) cho biết (a_n) là dãy số lẻ. Số lẻ thứ n : $a_n = 2n - 1$.

(c) là kết luận sai : $2n + 1$ là số lẻ thứ $n + 1$. (a), (b), (d) đều đúng.

159. $a_n = \dfrac{3n-2}{n+3}$

$a_1 = \dfrac{1}{4}, \quad a_2 = \dfrac{4}{5}, \quad a_3 = \dfrac{7}{6}$

$a_1 + a_2 + a_3 = \dfrac{1}{4} + \dfrac{4}{5} + \dfrac{7}{6} = \dfrac{15+48+70}{60} = \dfrac{133}{60}$.

Vậy chọn câu (a).

160. $a_n = \dfrac{2n-1}{n+1}$

$a_1 = \dfrac{1}{2}, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = \dfrac{5}{4}, \quad a_4 = \dfrac{7}{5}, \quad a_5 = \dfrac{3}{2}$.

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \dfrac{1}{2} + 1 + \dfrac{5}{4} + \dfrac{7}{5} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{113}{20}$.

Vậy chọn câu (b).

161.
- $\dfrac{2n-1}{n+2} = \dfrac{2n+4-5}{n+2} = 2 - \dfrac{5}{n+2} < 2$: tăng và bị chặn trên.
- $\dfrac{2n+3}{n+1} = 2 + \dfrac{1}{n+1} > 2$: giảm và bị chặn dưới.

- Dãy $(2n - 1)$ tăng vô hạn.
- $\frac{1}{3.2^n} > 0$: giảm và bị chặn dưới.

Chỉ có (c) sai.

162. $1^3 + 2^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + ... + n)^2$. (d) là công thức sai.

163. $a_4 = a_1 + 3d = 14$ (1), $a_{21} = a_1 + 20d = 65$ (2)

Hệ (1) và (2) cho $a_1 = 5$, $d = 3$.

$a_{25} = 5 + 24.3 = 79$.

$$S_{25} = \frac{(a_1 + a_{25}).25}{2} = \frac{(5 + 79).25}{2} = 1050.$$

Vậy chọn câu (d).

Chủ đề 6 : GIỚI HẠN

164. $$\lim_{n\to\infty}\left(1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{(1 + n^2)^2 - (n^4 + 3n + 1)}{\sqrt{n^4 + 3n + 1} + (n^2 + 1)}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{2n^2 - 3n}{\sqrt{n^4 + 3n + 1} + n^2 + 1}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{n^2\left(2 - \frac{3}{n}\right)}{n^2\left[\sqrt{1 + \frac{3}{n^3} + \frac{1}{n^4}} + 1 + \frac{1}{n^2}\right]} = \frac{2}{1 + 1} = 1.$$

Vậy chọn (b).

165. $$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3 + 1} - n\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{n^3 + 1 - n^3}{\left(\sqrt[3]{n^3 + 1}\right)^2 + n\sqrt[3]{n^3 + 1} + n^2} = 0$$

Vậy chọn (a).

166. $$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3 - 3n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 4n}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3 - 3n^2 + 1} - n\right) - \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2 + 4n} - n\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{-3n^2}{3n^2} - \lim_{n\to\infty}\frac{4n}{2n} = -1 - 2 = -3.$$

Vậy chọn (c).

167. Dùng $\lim_{n\to\infty} q^n = 0$ với $|q| < 1$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{4.3^n + 7^{n+1}}{2.5^n + 7^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{4\left(\frac{3}{7}\right)^n + 7}{2\left(\frac{5}{7}\right)^n + 1} = 7.$$

Vậy (b) đúng.

168. $$\lim_{n\to\infty} \frac{1 + a + a^2 + \ldots + a^n}{1 + b + b^2 + \ldots + b^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1(1 - a^n)}{1 - a}}{\frac{1(1 - b^n)}{1 - b}} = \frac{1 - b}{1 - a}.$$

Vậy chọn (c).

169. $$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{1.2} = 1 - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_n = 1 - \frac{1}{n+1} \\ \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1 \end{array}$$

Vậy chọn câu (d).

170. Tử số của phân thức :

$$2.1^2 + 3.2^2 + \ldots + (n+1)n^2 = (1^3 + 2^3 + \ldots + n^3) + (1^2 + 2^2 + \ldots + n^2)$$

$$= \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{n^2(n^2 + 2n + 1)}{4} + \frac{(n^2 + n)(2n + 1)}{6}$$

$$= \frac{3n^4 + 10n^3 + 9n^2 + 2n}{12}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2.1^2 + 3.2^2 + \ldots + (n+1)n^2}{n^4} = \lim_{n\to\infty} \frac{3n^4 + 10n^3 + 9n^2 + 2n}{12n^4} = \frac{1}{4}.$$

Vậy chọn đáp số (c).

171. $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1 + 3 + 5 + \ldots + 2n - 1}{n+1} - \frac{2n+1}{2}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{n+1} - \frac{2n+1}{2}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{-3n - 1}{2(n+1)} = -\frac{3}{2}.$$

Vậy chọn (d).

172. Từ $-1 \le \sin n! \le 1 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{-n}{n^2+1} \le \dfrac{n.\sin n!}{n^2+1} \le \dfrac{n}{n^2+1}$

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{-n}{n^2+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+1} = 0$ nên $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0.$

Vậy chọn (d).

173. $$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)} = 2$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+3)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{5}{4}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{4x^6-5x^5+x}{(1-x)^2} = \lim_{x\to 1} \frac{x(x-1)^2(4x^3+3x^2+2x+1)}{(1-x)^2} = 10$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{x^2-16}{x^2+x-20} = \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+4)}{(x-4)(x+5)} = \frac{8}{9}.$$

Vậy (d) sai.

174. $$\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^3-x^2+x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2(x-1)+(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2+x+1}{x^2+1} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to -3} \frac{x^4-6x^2+27}{x^3+3x^2+x+3} = \lim_{x\to -3} \frac{(x^2+3)(x^2-9)}{x^2(x+3)+(x+3)}$$

$$= \lim_{x\to -3} \frac{(x^2+3)(x-3)(x+3)}{(x^2+1)(x+3)} = \frac{-36}{5}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{(1+x)-1}{x} + (1+x).\frac{(1+2x)-1}{x} + (1+x)(1+2x)\frac{(1+3x)-1}{x}\right]$$

$$= 1+2+3 = 6$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^5+1}{x^3+1} = \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{5}{3}$$

Đáp số của (c) là sai. Vậy chọn (c).

175. $$\lim_{x\to 1} \frac{x^m-1}{x^n-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x^{m-1}+x^{m-2}+\ldots+x+1)}{(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots+x+1)} = \frac{m}{n}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x+x^2+\ldots+x^n-n}{x-1} = \lim_{x\to 1}\left[\frac{x-1}{x-1} + \frac{x^2-1}{x-1} + \frac{x^3-1}{x-1} + \ldots + \frac{x^n-1}{x-1}\right]$$

$$= 1+2+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)(1+2x)\dots(1+nx)-1}{x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left[\frac{1+x-1}{x}+(1+x)\frac{(1+2x)-1}{x}+(1+x)(1+2x)\frac{(1+3x)-1}{x}+\dots+(1+x)\dots(1+(n-1)x)\frac{(1+nx)-1}{x}\right]$$

$$=1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}\neq\frac{n^2-n}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^n-nx+n-1}{(x-1)^2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)[x^{n-1}+x^{n-2}+\dots+1-n]}{(x-1)^2}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{(x-1)^2}\left[\left(x^{n-2}+\dots+1\right)+\left(x^{n-3}+\dots+1\right)+\dots+1\right]$$

$$=(n-1)+(n-2)+\dots+1=\frac{(n-1).n}{2}$$

Vậy (c) là câu sai.

176. $$\frac{n}{1-x^n}-\frac{1}{1-x}=\frac{n(1-x)-(1-x^n)}{(1-x^n)(1-x)}=\frac{1}{1+x+\dots+x^{n-1}}\cdot\frac{x^n-nx+n-1}{(x-1)^2}$$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{n}{1-x^n}-\frac{1}{1-x}\right)=\lim_{x\to 1}\frac{1}{1+x+\dots+x^{n-1}}\cdot\lim_{x\to 1}\frac{[(x^n-1)-n(x-1)]}{(x-1)^2}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{1}{1+x+\dots+x^{n-1}}\cdot\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{(x-1)^2}\left[\left(x^{n-2}+\dots+1\right)+\left(x^{n-3}+\dots+1\right)+\dots+1\right]$$

$$=\frac{1}{n}\times\frac{n(n-1)}{2}=\frac{n-1}{2}.$$ Vậy chọn (b).

177. $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x+7}-3}{2-\sqrt{x+3}}=\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{2x+7}-3)(\sqrt{2x+7}+3)((2+\sqrt{x+3})}{(2-\sqrt{x+3})(2+\sqrt{x+3})(\sqrt{2x+7}+3)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2(x-1)(2+\sqrt{x+3})}{-(x-1)(\sqrt{2x+7}+3)}=-\frac{8}{6}=-\frac{4}{3}.$$

Vậy chọn (b).

178. $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x+7}+x-4}{x^3-4x^2+3}=\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{2x+7}-3)+(x-1)}{(x-1)(x^2-3x-3)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{2x+7}-3)(\sqrt{2x+7}+3)}{(x-1)(x^2-3x-3)(\sqrt{2x+7}+3)}+\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{(x-1)(x^2-3x-3)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2(x-1)}{(x-1)(x^2-3x-3)(\sqrt{2x+7}+3)}+\lim_{x\to 1}\frac{1}{x^2-3x-3}$$

$$=-\frac{1}{15}-\frac{1}{5}=-\frac{4}{15}.$$ Vậy chọn (c).

179. $$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{8x+11}-\sqrt{x+7}}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{8x+11}-3}{x^2-3x+2}-\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-3x+2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{8(x-2)}{(x-2)(x-1)\left(\left(\sqrt[3]{8x+11}\right)^2+3\sqrt[3]{8x+11}+9\right)}-$$

$$-\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)}{(x-2)(x-1)(\sqrt{x+7}+3)}$$

$$=\frac{8}{27}-\frac{1}{6}=\frac{7}{54}.$$ Vậy chọn (a).

180. $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[4]{2x-1}+\sqrt[5]{x-2}}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[4]{2x-1}-1}{x-1}+\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[5]{x-2}+1}{(x-1)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt[4]{2x-1}+1\right)\left(\sqrt[4]{(2x-1)^2}+1^2\right)}+$$

$$+\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{(x-1)\left[\sqrt[5]{(x-2)^4}-\sqrt[5]{(x-2)^3}+\sqrt[5]{(x-2)^2}-\sqrt[5]{(x-2)}+1\right]}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{7}{10}.$$ Vậy chọn (c).

181. $$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{-4(x-3)}{(x-1)(x-3)(\sqrt{x^2-2x+6}+\sqrt{x^2+2x-6})}=-\frac{1}{3}$$

Vậy chọn (c).

182. $$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-5x+6}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{1}{(x-2)(x-3)}\right)=\lim_{x\to 2}\frac{2(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)}=-2.$$

Vậy chọn (a).

183. $$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)=\lim_{x\to 1}\frac{1+x+x^2-3}{1-x^3}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{(1-x)(1+x+x^2)}=-1$$

Vậy chọn (b).

184. $$\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2-5x+6-x^2}{\sqrt{x^2-5x+6}+x}=-\frac{5}{2}$$

Vậy chọn (c).

185. $$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{2\sin^2 x+\sin x-1}{2\sin^2 x-3\sin x+1} = \lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{2(\sin x+1)\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)}{2(\sin x-1)\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = -3.$$

Vậy chọn (b).

186. $$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{tg^3x-3tgx}{\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)} = \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{tgx(tgx+\sqrt{3})(tgx-\sqrt{3})}{\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{tgx.\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos^2 x.\cos^2\frac{\pi}{3}.\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)} = \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{-tgx.\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}{\cos^2 x.\cos^2\frac{\pi}{3}} = \frac{-\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{4}.\frac{1}{4}} = -24.$$

Vậy chọn (d).

187. $$\lim_{x\to 0} \frac{1+\sin x-\cos x}{1+\sin px-\cos px} = \lim_{x\to 0} \frac{2\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)}{2\sin\frac{px}{2}\left(\sin\frac{px}{2}+\cos\frac{px}{2}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1.\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)}{p\dfrac{\sin\frac{px}{2}}{\frac{px}{2}}\left(\sin\frac{px}{2}+\cos\frac{px}{2}\right)} = \frac{1}{p}.$$ Vậy chọn (b).

188. $$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+tgx}-\sqrt{1+\sin x}}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{tgx-\sin x}{x^3.(\sqrt{1+tgx}+\sqrt{1+\sin x})}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}.\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4.\frac{x^2}{4}}.\frac{1}{\cos x(\sqrt{1+tgx}+\sqrt{1+\sin x})} = 1.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Vậy chọn (a).

189. $$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(a+2x)-2\sin(a+x)+\sin a}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{2\sin(a+x)(\cos x-1)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-\sin(a+x).\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{x^2}{4}} = -\sin a.$$ Vậy chọn (b).

190. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x.\cos2x.\cos3x}{1-\cos x}$

$$=\lim_{x\to0}\left(\frac{1-\cos x}{2\sin^2\frac{x}{2}}+\cos x.\frac{1-\cos 2x}{2\sin^2\frac{x}{2}}+\cos x.\cos 2x.\frac{1-\cos 3x}{2\sin^2\frac{x}{2}}\right)$$

$$=\lim_{x\to0}\left(\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{2\sin^2\frac{x}{2}}+\cos x.\frac{\dfrac{2\sin^2 x}{x^2}}{\dfrac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4.\frac{x^2}{4}}}+\cos x.\cos 2x.\frac{2\dfrac{\sin^2\frac{3x}{2}}{\frac{9x^2}{4}}.\dfrac{9}{4}}{\dfrac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4.\frac{x^2}{4}}}\right)$$

$= 1 + 4 + 9 = 14$. Vậy chọn (c).

191. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 3x.\cos 5x.\cos 7x}{\sin^2 7x}$

$$=\lim_{x\to0}\left[\frac{1-\cos 3x}{\sin^2 7x}+\cos 3x.\frac{1-\cos 5x}{\sin^2 7x}+\cos 3x.\cos 5x\,\frac{1-\cos 7x}{\sin^2 7x}\right]$$

$$=\lim_{x\to0}\left[\frac{\dfrac{2\sin^2\frac{3x}{2}}{\frac{9x^2}{4}}.\dfrac{9}{4}}{49.\dfrac{\sin^2 7x}{49x^2}}+\cos 3x.\frac{\dfrac{2\sin^2\frac{5x}{2}}{\frac{25x^2}{4}}.\dfrac{25}{4}}{49.\dfrac{\sin^2 7x}{49x^2}}+\cos 3x.\cos 5x\,\frac{2\dfrac{\sin^2\frac{7x}{2}}{\frac{49x^2}{4}}.\dfrac{49}{4}}{49.\dfrac{\sin^2 7x}{49x^2}}\right]$$

$=\dfrac{9}{98}+\dfrac{25}{98}+\dfrac{49}{98}=\dfrac{83}{98}$. Vậy chọn (b).

192. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3+x^2-2}{\sin(x-1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x+2}{\dfrac{\sin(x-1)}{(x-1)}}=5$. Vậy chọn (c).

193. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt[3]{x^2+1}}{\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{2x+1}-1+\left(1-\sqrt[3]{x^2+1}\right)}{x}.\dfrac{1}{\dfrac{\sin x}{x}}$

$$=\lim_{x\to0}\left[\frac{\sqrt{2x+1}-1}{x}+\frac{1-\sqrt[3]{x^2+1}}{x}\right].\frac{1}{\dfrac{\sin x}{x}}$$

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{2x}{x(\sqrt{2x+1}+1)}+\frac{x^2}{x\left[\sqrt[3]{(x^2+1^2}+\sqrt[3]{x^2+1}+1\right]}\right].\frac{1}{\frac{\sin x}{x}}$$

$= \left(\frac{2}{2}+0\right).1 = 1$. Vậy chọn (c).

194. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{2x^2+1}}{1-\cos x} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{-2x^2}{2\sin^2\frac{x}{2}\left(1+\sqrt{2x^2+1}\right)}$

$= -\lim\limits_{x\to 0}\frac{4}{\left(\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{x^2}{4}}\right)\left(1+\sqrt{2x^2+1}\right)} = -2$. Vậy chọn (b)

195. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{x}{2}\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)}{2x^2}$

$= \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{4.\frac{x^2}{4}}.\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right) = \frac{1}{4}.2 = \frac{1}{2}$. Vậy chọn (c).

196. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos^4 x-\sin^4 x-1}{\sqrt{x^2+1}-1} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{(\cos^2 x-\sin^2 x-1)\left(\sqrt{x^2+1}+1\right)}{x^2}$

$= \lim\limits_{x\to 0}\frac{-2\sin^2 x}{x^2}\left(\sqrt{x^2+1}+1\right) = -2.2 = -4$. Vậy chọn (b).

197. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{-2x^2}-\sqrt[3]{1+x^2}}{\ln(1+x^2)} = \lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\left(e^{-2x^2}-\sqrt[3]{1+x^2}\right)}{x^2}.\frac{1}{\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}}\right]$

$$= \lim_{x\to 0}\left[-2\left(\frac{e^{-2x^2}-1}{-2x^2}\right)+\frac{1-\sqrt[3]{1+x^2}}{x^2}\right].\frac{1}{\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to 0}\left[-2\frac{e^{-2x^2}-1}{-2x^2}+\frac{-x^2}{x^2\left(1+\sqrt[3]{1+x^2}+\left(\sqrt[3]{1+x^2}\right)^2\right)}\right].\frac{1}{\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}}$$

$$= \left(-2-\frac{1}{3}\right).1 = -\frac{7}{3}.$$ Vậy chọn câu (c).

198. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{\sin x} = \lim\limits_{x\to0}\left[2\cos x.\dfrac{e^{\sin 2x}-1}{\sin 2x}-\dfrac{e^{\sin x}-1}{\sin x}\right] = 2-1=1$

Vậy chọn (b).

199. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^2}-e^{2x}}{x} = \lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{e^{x^2}-1}{x^2}.x-\dfrac{e^{2x}-1}{2x}.2\right] = 1.0-1.2=-2$

Vậy chọn (a).

200. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{ax}-e^{bx}}{x} = \lim\limits_{x\to0}\left[a.\dfrac{e^{ax}-1}{ax}-b.\dfrac{e^{bx}-1}{bx}\right] = a-b.$

Vậy chọn (b).

201. Để giải bài này, ta sử dụng thêm một hệ thức :

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{k}{x}\right)^{x} = e^{k}$ hoặc $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2} = \lim_{x\to\infty}\left[\left(1-\frac{4}{x+3}\right)^{x+3}\right]^{\frac{x+2}{x+3}} = \left(e^{-4}\right)^{1} = e^{-4}.$$

Vậy chọn (d).

202. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\cos x)}{x^3+x^2} = \lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{\ln\left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right)}{-2\sin^2\frac{x}{2}}.\dfrac{\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{x^2}{4}}.\dfrac{-1}{2(x+1)}\right] = 1.1.\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{1}{2}.$

Vậy chọn (c).

203. $\lim\limits_{x\to1}(1+\sin\pi x)^{\text{cotg}\,\pi x} = \lim\limits_{x\to0}\left[(1+\sin\pi x)^{\frac{1}{\sin\pi x}}\right]^{\cos\pi x} = (e)^{-1} = \dfrac{1}{e}.$

Vậy chọn (c).

204. $\lim\limits_{x\to0}(1+\sin x)^{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to0}\left[(1+\sin x)^{\frac{1}{\sin x}}\right]^{\frac{\sin x}{x}} = e^{1} = e.$

Vậy chọn (a).

205. $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x\to0}\left[\left(1-2\sin^2\dfrac{x}{2}\right)^{-\frac{1}{2\sin^2\frac{x}{2}}}\right]^{\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}}$

$$= \lim_{x\to 0}\left[\left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right)^{-\frac{1}{2\sin^2\frac{x}{2}}}\right]^{\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4.\frac{x^2}{4}}} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$. Vậy chọn (c).

206. $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}-1}{2x} = \lim_{x\to 0}\frac{2x}{2x(\sqrt{1+2x}+1)} = \lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{1+2x}+1} = \frac{1}{2}.$$

Vậy chọn câu (c).

207. $$\lim_{x\to 0}\frac{4x}{\sqrt{x+9}-3} = \lim_{x\to 0}\frac{4x(\sqrt{x+9}+3)}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{4(\sqrt{x+9}+3)}{1} = 24.$$

Vậy chọn câu (d).

208. $$\lim_{x\to 7} = \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} = \lim_{x\to 7}\frac{(2-\sqrt{x-3})(2+\sqrt{x-3})}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})}$$

$$= \lim_{x\to 7}\frac{7-x}{(x-7)(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = \lim_{x\to 7}\frac{-1}{(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = \frac{-1}{56}.$$

Vậy chọn câu (c).

209. $$\lim_{x\to 4}\frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} = \lim_{x\to 4}\frac{(3-\sqrt{5+x})(3+\sqrt{5+x})(1+\sqrt{5-x})}{(1-\sqrt{5-x})(3+\sqrt{5+x})(1+\sqrt{5-x})}$$

$$= \lim_{x\to 4}\frac{(4-x)(1+\sqrt{5-x})}{(x-4)(3+\sqrt{5+x})} = \lim_{x\to 4}\frac{-(1+\sqrt{5-x})}{(3+\sqrt{5+x})} = \frac{-1}{3}.$$

Vậy chọn câu (b).

210. $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x+7}+x-4}{x^3-4x^2+3} = \lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{2x+7}-3)+x-1}{(x-1)(x^2-3x-3)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{2x+7}-3)(\sqrt{2x+7}+3)}{(x-1)(x^2-3x-3)(\sqrt{2x+7}+3)} + \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{(x-1)(x^2-3x-3)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{2(x-1)}{(x-1)(x^2-3x-3)(\sqrt{2x+7}+3)} + \lim_{x\to 1}\frac{1}{x^2-3x-3}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{2}{(x^2-3x-3)(\sqrt{2x+7}+3)} + \lim_{x\to 1}\frac{1}{x^2-3x-3}$$

$$= -\frac{1}{15}-\frac{1}{5} = \frac{-4}{15}$$. Vậy chọn câu (c).

211. $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{3x+1}\right)^{2x} = \lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{-3}{3x+1}\right)^{\frac{3x+1}{-3}}\right]^{\frac{-3.2x}{3x+1}} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}.$$

Vậy chọn câu (d).

212. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{x^2} = \lim\limits_{x\to\infty}\left[\left(1+\dfrac{3}{x^2-2}\right)^{\frac{x^2-2}{3}}\right]^{\frac{3x^2}{x^2-2}} = e^3$. Vậy chọn câu (b).

213. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)\right]^{\cot x} = \lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}\right]^{\cot x} = \lim\limits_{x\to 0}\left[1-\dfrac{2\tan x}{1+\tan x}\right]^{\cot x}$

$$= \lim\limits_{x\to 0}\left[\left(1+\dfrac{-2}{1+\cot x}\right)^{-\left(\frac{1+\cot x}{2}\right)}\right]^{\frac{-2\cot x}{1+\cot x}} = e^{-2}$$

Vậy chọn câu (b).

Chủ đề 7 : HÀM SỐ LIÊN TỤC

214. **a)** $f(0) = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\left(\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{1+x}+1\right)}{(\sqrt{1+x}+1)x} = \dfrac{3}{2}$

b) $f(x) = \dfrac{\tan 2x}{x}$; $f(0) = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 2x}{2x}.\dfrac{1}{\cos 2x} = 2$

c) $f(x) = x.\sin\dfrac{1}{x}$. Từ $-1 \le \sin\dfrac{1}{x} \le 1 \Rightarrow -x \le x.\sin\dfrac{1}{x} \le x$

$\lim\limits_{x\to 0}(-x) = \lim\limits_{x\to 0} x = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim\limits_{x\to 0} x.\sin\dfrac{1}{x} = 0$

Nếu $f(0) = 1$ thì $f(x) = x.\sin\dfrac{1}{x}$ không liên tục (gián đoạn) tại $x = 0$

d) $f(x) = 2^{-\frac{1}{x^2}} = \dfrac{1}{2^{\frac{1}{x^2}}} : \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{2^{\frac{1}{x^2}}} = 0$.

Vậy (c) sai.

215. Xét : $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt[3]{3x+5}}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} - \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x-1}\right]$

$$= \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} - \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3(x-1)}{(x-1)\left[\sqrt[3]{(3x+5)^2}+2.\sqrt[3]{3x+5}+4\right]}$$

$$= \dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{12} = 0.$$

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì : $f(1) = a + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a = -1$

Vậy chọn (a).

216. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = a$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}\frac{1-\sqrt{\cos 4x}}{x.\sin 2x} = \lim_{x\to 0^-}\frac{2\sin^2 2x.1}{x.\sin 2x(1+\sqrt{\cos 4x})}$$

$$= \lim_{x\to 0^-}\frac{2.2\sin 2x}{2x}.\frac{1}{(1+\sqrt{\cos 4x})} = \frac{4}{1+1} = 2.$$

Vậy chọn (a).

217. $f(0) = A + 1$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x - \cos 2x}{x^2} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{2\sin\frac{3x}{2}}{x}.\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x} = \frac{3}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{3x}{x}}{\frac{3x}{2}}.\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{3}{2}.1.1 = \frac{3}{2}$$

Để hàm liên tục tại x = 0 thì : $A + 1 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow A = \frac{1}{2}$.

Vậy chọn (b).

218. $$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2}\frac{\sin^2(x^2-4)}{\tan^2(x-2)} = \lim_{x\to 2}\frac{\frac{\sin^2(x^2-4)}{(x^2-4)^2}.(x^2-4)^2}{\frac{\tan^2(x-2)}{(x-2)^2}.(x-2)^2} = 16.$$

Vậy chọn (d).

219. Gọi f(x) = cosx. + mcos2x liên tục trên R :

- $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -m$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right).f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}m$ không thể âm ∀m.
- $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right).f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} < 0 \ \forall m$
- $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right).f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall m$
- $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $f(0) = 1 + m$; $f\left(-\frac{\pi}{4}\right).f(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+m)$ không thể âm ∀m.

Vậy chỉ có (b) đúng.

220. Gọi $f(x) = m(x-1)^3(x+2) + 2x + 3$ là một hàm số liên tục trên R.

- $f(-1) = -8m + 1$; $f(1) = 5$; $f(-1).f(1) = 5(1-8m)$ không thể âm ∀m.
- $f(-1) = -8m + 1$; $f(0) = -2m + 3$; $f(-1).f(0) = (1-8m)(3-2m)$ không thể âm ∀m.

- $f(0) = -2m + 3$; $f(1) = 5$; $f(0).f(1) = 5(3 - 2m)$ không thể âm $\forall m$.
- $f(-2) = -1$; $f(1) = 5$; $f(-2).f(1) = -5 < 0 \quad \forall m$.

Vậy (d) là câu đúng.

221. Coi hàm số $y = f(x) = (m^2 - m + 1)x^4 + 2x - 2$ liên tục trên R.

- $f(-1) = m^2 - m - 3$; $f(0) = -2$; $f(-1).f(0) = -2(m^2 - m - 3)$ không thể âm $\forall m$.
- $f(0) = -2$; $f(1) = m^2 - m + 1$; $f(0).f(1) = -2(m^2 - m + 1) < 0 \quad \forall m$
- $f(-1) = m^2 - m - 3$; $f(-2) = 16(m^2 - m + 1) - 6$; $f(-2).f(-1)$ không thể âm $\forall m$.
- $f(1) = m^2 - m + 1$; $f(2) = 16(m^2 - m + 1) + 2$; $f(1).f(2) > 0 \quad \forall m$.

Vậy chỉ có (b) đúng.

222. Xem hàm số $y = f(x) = x^5 + x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 1$ liên tục trên R.

- $f(-2) = 15$; $f(-1) = 5$; $f(-2).f(-1) > 0$
- $f(1) = 3$; $f(2) = 47$; $f(1).f(2) > 0$
- $f(-1) = 5$; $f(0) = -1$; $f(-1).f(0) < 0$
- $f(0) = -1$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{32}$; $f(0).f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

Vậy (c) là kết luận đúng.

223. Xét hàm số $y = f(x) = 9x^4 - 36x^3 + 37x^2 - 9$ liên tục trên R.

- $f(-1) = 73$; $f(0) = -9 \Rightarrow$ có 1 nghiệm $x \in (-1, 0)$
- $f(0) = -9$; $f(1) = 1 \Rightarrow$ có 1 nghiệm $x \in (0, 1)$
- $f(1) = 1$; $f(2) = -5 \Rightarrow$ có 1 nghiệm $x \in (1, 2)$
- $f(2) = -5$; $f(3) = 81 \Rightarrow$ có 1 nghiệm $x \in (2, 3)$

Vậy (a) đúng.

224. (b) sai. Hàm số $y = g(x) = \dfrac{x^2 + 3}{x^2 + 4}$ liên tục trên R.

225. Hàm số $y = e^{\tan x}$ gián đoạn tại $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in Z)$: (c) sai.

226. $y = \begin{cases} ax^2 & \text{nếu } x \le 3 \\ 6 & \text{nếu } x > 3. \end{cases}$

$$\lim_{x\to 3^-} y = 9a; \quad \lim_{x\to 3^+} = 6; \quad f(3) = 9a$$

Để hàm số liên tục tại x = 3 thì $9a = 6 \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{3}$.

Vậy chọn câu (c).

227. $$y = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{4-x}-\sqrt{4+x}}{x} & \text{nếu } -4 \le x < 0 \\ a + \dfrac{5-x}{5+x} & \text{nếu } 0 \le x \le 4 \end{cases}$$

Để hàm số liên tục trên $[-4, 4]$ chỉ cần nó liên tục tại $x = 0$.

$$\lim_{x\to 0^+} = a + 1.$$

$$\lim_{x\to 0^-} y = \lim_{x\to 0^-} \frac{(\sqrt{x-x}-\sqrt{4+x})(\sqrt{4-x}+\sqrt{4+x})}{x(\sqrt{4-x}+\sqrt{4+x})} = \lim_{x\to 0^-} \frac{4-x-4-x}{x(\sqrt{4-x}+\sqrt{4+x})}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{4-x}+\sqrt{4+x})} = \lim_{x\to 0^-} \frac{-2}{(\sqrt{4-x}+\sqrt{4+x})} = -\frac{1}{2}.$$

Để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì :

$$\lim_{x\to 0^+} y = \lim_{x\to 0^-} y \Leftrightarrow \quad a + 1 = -\frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{3}{2}.$$

Vậy chọn câu (c).

228. $$y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{2\sin x - \sqrt{3}}{2\cos x - 1} & \text{nếu } x \ne \dfrac{\pi}{3} \\ m & \text{nếu } x = \dfrac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Xét } \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{2\sin x - \sqrt{3}}{2\cos x - 1} = \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}} = \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{2\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right).\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)}{-2\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right).\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} -\cot\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = -\cot\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Để hàm số liên tục tại $x = \dfrac{\pi}{3}$ thì $m = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy chọn câu (a).

229. $$y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-x^3}{1-x} & \text{nếu } x < 1 \\ 1 & \text{nếu } x \ge 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1 = f(1).$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{1-x^3}{1-x} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(1-x)(1+x+x^2)}{(1-x)} = 3.$$

Chỉ có (b) đúng.

230. $$y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{\cos 4x}}{x.\sin 2x} & \text{nếu } -\dfrac{\pi}{8} \le x < 0 \\ \dfrac{2x+3a}{x+1} & \text{nếu } x \ge 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = 3a\ .$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{1-\sqrt{\cos 4x}}{x\,\sin 2x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{2\sin^2 2x}{x\sin 2x(1+\sqrt{\cos 4x})}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{22\sin 2x}{2x} . \lim_{x\to 0^-} \frac{1}{1+\sqrt{\cos 4x}} = \frac{4}{1+1} = 2\ .$$

Để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì $3a = 2 \quad \Leftrightarrow \quad a = \dfrac{2}{3}$.

Vậy chọn câu (c).

231. $$y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x - \cos 2x}{x^2} & \text{nếu } x \ne 0 \\ 2a - 3 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$$

Để hàm số này liên tục trên R, chỉ cần nó liên tục tại $x = 0$.

$f(0) = 2a - 3$.

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{2\sin\frac{3x}{2}}{x} . \lim_{x\to 0} \frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$$

$$= 2.\lim_{x\to 0} \frac{\sin\frac{3x}{2}}{\frac{3x}{2}} \cdot \frac{3}{2} . \lim_{x\to 0} \frac{\sin\frac{x}{2}}{2.\frac{x}{2}} = \frac{3}{2}\ .$$

Để $y = f(x)$ liên tục tại $x = 0$ thì $2a - 3 = \dfrac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 2a = \dfrac{9}{2} \quad \Leftrightarrow \quad a = \dfrac{9}{4}$.

Vậy chọn câu (b).

Chủ đề 8 : ĐẠO HÀM

232. $$y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & \text{nếu } x \le 1 \\ ax + b & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}\ ; \lim_{x\to 1^+} f(x) = a + b\ .$$

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $a + b = \dfrac{1}{2}$ (1)

$$y'_{1^-} = 1\ ; y'_{1^+} = a\ .$$

Để có đạo hàm tại $x = 1$ thì : $a = 1$ (2)

Từ (1) và (2) có : $a = 1$ và $b = -\frac{1}{2}$.

Vậy chọn (b).

233. $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 4$; $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = -2 + 2b + c$.

Để hàm số liên tục tại $x = 2$ thì $-2 + 2b + c = 4 \Leftrightarrow 2b + c = 6$ (1)

$f'(2^-) = 4$; $f'(2^+) = -2 + b$.

Để hàm số có đạo hàm tại $x = 2$ thì : $-2 + b = 4 \Leftrightarrow b = 6$ (2)

Từ (2) và (1) có $c = -6$.

Vậy chọn (b).

234. $y = f(x) = \begin{cases} ux^2 + vx + 1 & \text{nếu } x \geq 0 \\ (u + x)e^{-vx} & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 1$; $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = u \Rightarrow$ Hàm liên tục tại $x = 0$ khi $u = 1$ (1)

$f'(0^+) = 2u.0 + v$; $f'(0^-) = e^{-v.0} + (0 + u).(-v.e^{-v.0}) = 1 - u.v$

Để hàm số có đạo hàm tại $x = 0$ thì : $v = 1 - uv$ (2)

Từ (1) và (2) có $u = 1$, $v = \frac{1}{2}$. Vậy chọn (c).

235. $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{2 - \sqrt{4 - x}}{x} & (x \neq 0) \\ \dfrac{1}{4} & (x = 0) \end{cases}$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{x(2 + \sqrt{4 - x})} = \frac{1}{4}$$

$\Rightarrow$ Hàm liên tục tại $x = 0$.

$$f'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{\dfrac{2 - \sqrt{4 - x}}{x} - \dfrac{1}{4}}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{(8 - x) - 4\sqrt{4 - x}}{4x^2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{[8 - x - 4\sqrt{4 - x}][8 - x + 4\sqrt{4 - x}]}{4x^2[8 - x + 4\sqrt{4 - x}]}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{4x^2[(8 - x) + 4\sqrt{4 - x}]} = \frac{1}{4.16} = \frac{1}{64}$$

$f'(0) = \frac{1}{64}$. Vậy chọn (d).

236. $\left(\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)' = \dfrac{2x^2-2}{(x^2+x+1)^2}$: (a) đúng

$$\left[\frac{x}{(1-x)^2(1+x)^3}\right]' = \frac{(1-x)^2(1+x)^3 - x[-2(1-x)(1+x)^3 + (1-x)^2.3(1+x)^2]}{(1-x)^4(1+x)^6}$$

$$= \frac{(1-x)(1+x)^2[(1-x)(1+x) - x(-2(1+x)+3(1-x))]}{(1-x)^4(1+x)^6}$$

$$= \frac{4x^2-x+1}{(1-x)^3(1+x)^4} \text{ : (b) đúng.}$$

$$\left[\frac{(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^2}\right]' =$$

$$= \frac{(1-x)^2[-2x(3-x^3)-(2-x^2).3x^2] + (2-x^2)(3-x^3).2(1-x)}{(1-x)^4}$$

$$= \frac{(1-x)[(1-x)(5x^4-6x^2-6x) + 2(6-3x^2-2x^3+x^5)]}{(1-x)^4}$$

$$= \frac{-3x^5+5x^4+2x^3-6x^2-6x+12}{(1-x)^3} \text{ : (c) có đáp số sai.}$$

Vậy chọn (c).

Độc giả có thể kiểm nghiệm rằng (d) là đáp số đúng.

237. $\left[\sqrt[m+n]{(1-x)^m.(1+x)^n}\right]' = \left[(1-x)^{\frac{m}{m+n}}.(1+x)^{\frac{n}{m+n}}\right]' =$

$$= -\frac{m}{m+n}(1-x)^{\frac{m}{m+n}-1}(1+x)^{\frac{m}{m+n}} + \frac{n}{m+n}(1-x)^{\frac{m}{m+n}}(1+x)^{\frac{n}{m+n}-1}$$

$$= -\frac{m}{m+n}(1-x)^{-\frac{n}{m+n}}(1+x)^{\frac{n}{m+n}} + \frac{n}{m+n}(1-x)^{\frac{m}{m+n}}.(1+x)^{-\frac{m}{m+n}}$$

$$= -\frac{m}{m+n}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{n}{m+n}} + \frac{n}{m+n}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{m}{m+n}}$$

$$= -\frac{m}{m+n}\,\frac{\sqrt[m+n]{(1+x)^n}}{\sqrt[m+n]{(1-x)^n}} + \frac{n}{m+n}\,\frac{\sqrt[m+n]{(1-x)^m}}{\sqrt[m+n]{(1+x)^m}}$$

$$= \frac{-m(1+x)+n(1-x)}{(m+n).\sqrt[m+n]{(1-x)^n(1+x)^m}} = \frac{(n-m)-(m+n)x}{(m+n).\sqrt[m+n]{(1-x)^n(1+x)^m}}$$

Vậy chọn (c).

238. $$\left(-\frac{\cos x}{2\sin^2 x}\right)' = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin^2 x(-\sin x) - \cos x.2\sin x\cos x}{\sin^4 x}$$

$$= -\frac{\sin x(\sin^2 x + 2\cos^2 x)}{2\sin^4 x} = -\left(\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}\right).$$

Vậy chọn (d).

239. $$\left(\frac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}\right)' =$$

$$= \frac{(\cos x + x\sin x)(\cos x - \cos x + x\sin x) - (\sin x - x\cos x)(-\sin x + \sin x + x\cos x)}{(\cos x + x\sin x)^2}$$

$$= \frac{x\sin x\cos x + x^2\sin^2 x - x\sin x\cos x + x^2\cos^2 x}{(\cos x + x\sin x)^2} = \frac{x^2}{(\cos x + x\sin x)^2}$$

Vậy chọn (a).

240. Viết lại $y = \frac{1}{2}[\sin(\sin^2 x + \cos^2 x) + \sin(\cos^2 x - \sin^2 x)]$

$$= \frac{1}{2}[\sin 1 + \sin(\cos 2x)]$$

$$\Rightarrow \quad y' = \frac{1}{2}.\cos(\cos 2x).(-2\sin 2x) = -\cos(\cos 2x).\sin 2x.$$

Vậy chọn (a).

241. $$f'(x) = \frac{-(1+\sin^2 x).2\cos x\sin x - \cos^2 x.2\sin x\cos x}{(1+\sin^2 x)^2} = \frac{-2\sin 2x}{(1+\sin^2 x)^2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}\ ; \qquad f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-2}{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{8}{9}$$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} = 3.$ Vậy chọn (c).

242. $y = f(x) = \sin^3 5x.\cos^2\frac{x}{3}$

$$f'(x) = 15\sin^2 5x.\cos 5x.\cos^2\frac{x}{3} - \frac{2}{3}\sin^3 5x\cos\frac{x}{3}\sin\frac{x}{3}$$

$$= 15\sin^2 5x.\cos 5x.\cos^2\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\sin^3 5x.\sin\frac{2x}{3}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 15.\sin^2\frac{5\pi}{2}.\cos^2\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3}\sin^3\frac{5\pi}{2}.\sin\frac{\pi}{3} = 0 - \frac{1}{3}1.\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Vậy chọn (a).

243. $y = f(x) = \dfrac{-\cos x}{3\sin^3 x} + \dfrac{4}{3}\text{cotg}x$

$$f'(x) = -\frac{1}{3}.\frac{\sin^3 x(-\sin x) - \cos x.3\sin^2 x.\cos x}{\sin^6 x} - \frac{4}{3}.\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x(\sin^2 x + 3\cos^2 x)}{3\sin^6 x}x - \frac{4}{3\sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + 3\cos^2 x - 4\sin^2 x}{3\sin^4 x} = \frac{3\cos 2x}{3\sin^4 x} = \frac{\cos 2x}{\sin^4 x}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\cos\frac{2\pi}{3}}{\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^4} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{9}{16}} = -\frac{8}{9}.$$ Vậy chọn (d).

244. $y = x.e^{-x} \Rightarrow y' = e^{-x} - x.e^{-x} = e^{-x}(1-x)$

$x.y' = x.e^{-x}(1-x) = (1-x).y.$ Vậy chọn (c).

245. $y = \dfrac{5x^2 - 3x - 20}{x^2 - 2x - 3}$; $y' = \dfrac{-7x^2 + 10x - 31}{(x^2 - 2x - 3)^2}$

$$y'' = \frac{(x^2 - 2x - 3)^2(-14x + 10) - (-7x^2 + 10x - 31)2(x^2 - 2x - 3)(2x - 2)}{(x^2 - 2x - 3)^4}$$

$$= \frac{2(x^2 - 2x - 3)[(x^2 - 2x - 3)(-7x + 5) + (7x^2 - 10x + 31)(2x - 2)]}{(x^2 - 2x - 3)^4}$$

$$= \frac{2(7x^3 - 15x^2 + 93x - 77)}{(x^2 - 2x - 3)^3}.$$ Vậy chọn (b).

246. $y = \left[\dfrac{1 - x^2}{2}\sin x - \dfrac{(1 + x)^2}{2}\cos x\right]e^{-x}$

$$y' = \left[-x\sin x + \frac{1 - x^2}{2}\cos x - (1 + x).\cos x + \frac{(1 + x)^2}{2}\sin x\right]e^{-x} - \left[\frac{1 - x^2}{2}\sin x - \frac{(1 + x)^2}{2}\cos x\right]e^{-x}$$

$$= e^{-x}\left[-x\sin x + \frac{1 - x^2}{2}\cos x - (1 + x)\cos x + \frac{(1 + x)^2}{2}\sin x - \frac{1 - x^2}{2}\sin x + \frac{(1 + x)^2}{2}\cos x\right]$$

$$= e^{-x}.\left[\sin x\left(-x + \frac{1 + 2x + x^2}{2} - \frac{1 - x^2}{2}\right) + \cos x\left(\frac{1 - x^2}{2} - 1 - x + \frac{(1 + x)^2}{2}\right)\right]$$

$= e^{-x}.x^2.\sin x$. Vậy chọn (c).

247. $y = e^{ax}.\dfrac{a\sin bx - b\cos bx}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$$y = ae^{ax}.\frac{a\sin bx - b\cos bx}{\sqrt{a^2+b^2}} + e^{ax}\left(\frac{ab\cos bx + b^2\sin bx}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

$$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{a^2+b^2}}(a^2\,\text{sinbx} - \text{abcosbx} + \text{abcosbx} + b^2\,\text{sinbx})$$

$$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{a^2+b^2}}.\sin bx(a^2+b^2) = \sqrt{a^2+b^2}.e^{ax}.\sin bx$$

Vậy chọn (a).

248. $f(x) = \dfrac{1}{2}\ln(1+x) - \dfrac{1}{4}\ln(1+x^2) - \dfrac{1}{2(1+x)}$

$$f'(x) = \frac{1}{2}.\frac{1}{1+x} - \frac{1}{4}.\frac{2x}{1+x^2} + \frac{1}{2(1+x)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+x} - \frac{x}{1+x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}\right].$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{(1+x)(1+x^2) - x(1+x)^2 + 1 + x^2}{(1+x)^2(1+x^2)} = \frac{1}{(1+x)^2(1+x^2)}$$

$\Rightarrow$ $f'(1) = \dfrac{1}{4.2} = \dfrac{1}{8}$. Vậy chọn (c).

249. $y = \dfrac{1}{4(1+x^4)} + \dfrac{1}{4}\ln\left(\dfrac{x^4}{1+x^4}\right)$.

$$y' = -\frac{4x^3}{4(1+x^4)^2} + \frac{1}{4}.\frac{\left(\dfrac{x^4}{1+x^4}\right)'}{\dfrac{x^4}{1+x^4}} =$$

$$= \frac{-x^3}{(1+x^4)^2} + \frac{1}{4}\,\frac{\dfrac{(1+x^4).4x^3 - x^4.4x^3}{(1+x^4)^2}}{\dfrac{x^4}{1+x^4}} = \frac{-x^3}{(1+x^4)^2} + \frac{x^3+x^7-x^7}{x^4(1+x^4)}$$

$$= \frac{-x^3}{(1+x^4)^2} + \frac{1}{x(1+x^4)} = \frac{-x^4+1+x^4}{x(1+x^4)^2} = \frac{1}{x(1+x^4)^2}.$$

Vậy chọn (a).

250. Viết lại $y = f(x) = -\dfrac{\cos x}{2\sin^2 x} + \dfrac{1}{2}\ln \operatorname{cotg}\dfrac{x}{2}$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{-\sin^3 x - 2\sin x.\cos^2 x}{\sin^4 x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\sin^2\dfrac{x}{2}}}{\operatorname{cotg}\dfrac{x}{2}}$$

$$= \frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x} - \frac{1}{2\sin x} = \frac{1+\cos^2 x - \sin^2 x}{2\sin^3 x} = \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x}$$

$\Rightarrow \quad f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$. Vậy chọn (c).

251. Viết lại $y = \ln\left(\dfrac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}\right)$.

$$y' = \frac{\left(\dfrac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}\right)'}{\dfrac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}} = \frac{\dfrac{(\sqrt{1+e^x}+1).\dfrac{e^x}{2\sqrt{1+e^x}} - (\sqrt{1+e^x}-1).\dfrac{e^x}{2\sqrt{1+e^x}}}{(\sqrt{1+e^x}+1)^2}}{\dfrac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}}$$

$$= \frac{e^x(\sqrt{1+e^x}+1-\sqrt{1+e^x}+1)}{e^x.2.\sqrt{1+e^x}} = \frac{1}{\sqrt{1+e^x}}.$$

Vậy chọn (b).

252. $f(x) = \dfrac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2} - \dfrac{a^2}{2}\ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2-a^2} + \frac{x}{2}\frac{x}{\sqrt{x^2-a^2}} - \frac{a^2}{2}\left(\frac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-a^2}}}{x+\sqrt{x^2-a^2}}\right)$$

$$= \frac{x^2-a^2+x^2}{2\sqrt{x^2-a^2}} - \frac{a^2}{2\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{2(x^2-a^2)}{2\sqrt{x^2-a^2}} = \sqrt{x^2-a^2}$$

$\Rightarrow \quad f'(2a) = \sqrt{(2a)^2-a^2} = a\sqrt{3}$. Vậy chọn (c).

253. $\varphi(x) = \sqrt{x^2+1} - \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{x^2+1}}{x}\right)$

$$\varphi'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{\dfrac{x.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}{x^2}}{\dfrac{1+\sqrt{x^2+1}}{x}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{x^2 - \sqrt{x^2+1} - x^2 - 1}{x\sqrt{x^2+1}\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{x^2+1}{x\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}.$$

$\Rightarrow \quad \varphi'(2) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Vậy chọn (c).

254. $g(x) = -\dfrac{1}{2\sin^2 x} + \ln\tan x$

$$g'(x) = -\frac{1}{2}.\frac{-2\sin x\cos x}{\sin^4 x} + \frac{\dfrac{1}{\cos^2 x}}{\tan x}$$

$$= \frac{\cos x}{\sin^3 x} + \frac{1}{\sin x.\cos x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^3 x\cos x} = \frac{1}{\sin^3 x\cos x}$$

$\Rightarrow \quad g'\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{\left(\sin\dfrac{\pi}{6}\right)^3.\cos\dfrac{\pi}{6}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{8}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{16}{\sqrt{3}}$. Vậy chọn (c).

255. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\ln\left(\dfrac{\tan\dfrac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\tan\dfrac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}\right)$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{\dfrac{\left(\tan\dfrac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}\right).\dfrac{1}{2\cos^2\dfrac{x}{2}} - \left(\tan\dfrac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}\right).\dfrac{1}{2\cos^2\dfrac{x}{2}}}{\left(\tan\dfrac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}\right)^2}}{\dfrac{\tan\dfrac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\tan\dfrac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}{2\cos^2\dfrac{x}{2}\left[\left(\tan\dfrac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}\right)\left(\tan\dfrac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}\right)\right]}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}\left[\left(\tan\frac{x}{2}+2\right)^2-3\right]} = \frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}\left(\tan^2\frac{x}{2}+4\tan\frac{x}{2}+4-3\right)}$$

$$= \frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}+2\sin x+\cos^2\frac{x}{2}} = \frac{1}{1+2\sin x}$$

$\Rightarrow \quad f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{3}$. Vậy chọn (a).

256. $y = e^{-x}\sin x$

$\Rightarrow \quad y' = -e^{-x}\sin x + e^{-x}\cos x = e^{-x}(\cos x - \sin x)$

$y'' = -e^{-x}(\cos x - \sin x) + e^{-x}(-\sin x - \cos x)$

$= e^{-x}(-\sin x - \cos x - \cos x + \sin x) = -2e^{-x}\cos x.$

$y'' + 2y' + 2y = -2e^{-x}\cos x + 2e^{-x}(\cos x - \sin x) + 2e^{-x}\sin x = 0.$

Vậy chọn (b).

257. $y = x\sin x \quad \Rightarrow \quad y' = \sin x + x\cos x \quad \Rightarrow \quad y'' = 2\cos x - x\sin x$

$$\left.\begin{array}{l} xy = x^2\sin^2 x \\ -2(y' - \sin x) = -2x\cos x \\ x.y'' = 2x\cos x - x^2\sin x \end{array}\right\} \quad xy - 2(y' - \sin x) + xy'' = 0$$

Vậy chọn (a).

258. $y = e^{\cos x} \quad \Rightarrow \quad y' = -\sin x.e^{\cos x}$

$\Rightarrow \quad y'' = -\cos x.e^{\cos x} + \sin^2 x.e^{\cos x}$

$$\left.\begin{array}{l} y'\sin x = -\sin^2 x.e^{\cos x} \\ y\cos x = \cos x.e^{\cos x} \end{array}\right\} \quad y'\sin x + y\cos x + y'' = 0$$

Vậy chọn (b).

259. $y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x)$

$y' = \frac{1}{x}\cos(\ln x) - \frac{1}{x}\sin(\ln x)$

$y'' = -\frac{1}{x^2}\cos(\ln x) - \frac{1}{x^2}\sin(\ln x) + \frac{1}{x^2}\sin(\ln x) - \frac{1}{x^2}\cos(\ln x) =$

$= -\frac{2}{x^2}\cos(\ln x)$

$$\left.\begin{array}{l} x^2.y'' = -2\cos(\ln x) \\ xy' = \cos(\ln x) - \sin(\ln x) \\ y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x) \end{array}\right\} \quad x^2y'' + xy' + y = 0$$

Vậy chọn (c).

30. $y = x.e^{-\frac{x^2}{2}}$

$$y' = e^{-\frac{x^2}{2}} + x(-x).e^{-\frac{x^2}{2}} = e^{-\frac{x^2}{2}}(1 - x^2)$$

$x.y' = x.e^{-\frac{x^2}{2}}(1 - x^2) = y(1 - x^2)$. Vậy chọn (d).

31. $$y = \frac{1}{1 + x + \ln x} \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{-1 - \frac{1}{x}}{(1 + x + \ln x)^2}$$

$$\Rightarrow \quad xy' = \frac{-x - 1}{(1 + x + \ln x)^2} = \frac{1}{1 + x + \ln x}\left(\frac{\ln x}{1 + x + \ln x} - 1\right) = y(y.\ln x - 1)$$

Vậy chọn (b).

32. $y = f(x) = x^2 - \dfrac{1}{2x^2}$.

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x^3} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = 4 + \frac{1}{8}; \quad f'(-2) = -4 - \frac{1}{8}$$

$f'(2) - f'(-2) = 8 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{33}{4}$. Vậy chọn câu (c).

33. $$y = f(x) = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}.$$

$$f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}\right).$$

$$0{,}01.f'(0{,}01) = 0{,}01.\frac{1}{0{,}01}\left(\frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}01}\right) = 10 - 100 = -90.$$

Vậy chọn câu (d).

34. $$\left[\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)^3\right]' = 3\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)^2.\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)' = 3\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)^2 \cdot \frac{4}{x^3}$$

$$\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right)' = \frac{(x^2 + 1).2x - x^2.2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\left(\frac{x}{1 - 4x}\right)' = \frac{(1 - 4x) - x(-4)}{(1 - 4x)^2} = \frac{1}{(1 - 4x)^2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right)' = \frac{(\sqrt{x} + 1).\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}.\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x} + 1)^2} = \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^2}$$

Chỉ có (d) sai.

265. $$y=\frac{\cos x}{1-\sin x}=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}{2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}=\cot\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)$$

$$y'=-\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}=\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{1}{1-\sin x}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2;\quad f'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right)-f'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}.$$

Vậy chọn câu (a).

266. $$f(x)=\frac{\cos x}{1+2\sin x}$$

$$\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{(1+2\sin x).(-\sin x)-\cos x(2\cos x)}{(1+2\sin x)^2}=\frac{-\sin x-2}{(1+2\sin x)^2}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-3}{3^2}=-\frac{1}{3}.$$

$$f'\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{(-1)^2}=-1.$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{-\frac{1}{2}-2}{2^2}=-\frac{5}{8}.$$

$f'(0)=-2$. (c) là kết quả sai.

267. $$\left[\left(1+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3\right]'=3\left(1+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2.\left(\frac{-1.\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)=-\left(1+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}.$$

$f'(1)=-4;\quad f'(-1)=0$

$$f'(8)=-\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{4}=-\frac{9}{16}$$

$$f'(-8)=-\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{4}=-\frac{1}{16}.$$

Chỉ có (d) sai.

268. $f(x) = \dfrac{a\sin x + b\cos x + 1}{\cos x - \sin x + 1}$

$$\Rightarrow \quad f'(x) = \frac{\cos x - \sin x + 1)(a\cos x - b\sin x) - (a\sin x + b\cos x + 1)(-\sin x - \cos x)}{(\cos x - \sin x + 1)^2}$$

$$= \frac{a\cos^2 x - a\sin x\cos x + a\cos x - b\sin x\cos x + b\sin^2 x - b\sin x + a\sin^2 x + b\sin x\cos x + b\cos^2 x + \cos}{(\cos x - \sin x + 1)^2}$$

$$= \frac{a + b + (a+1)\cos x - (b-1)\sin x}{(\cos x - \sin x + 1)^2}$$

$$f'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{(a+b) + (a+1).\frac{\sqrt{2}}{2} + (b-1).\frac{\sqrt{2}}{2}}{(\sqrt{2}+1)^2} = \frac{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(a+b)}{(\sqrt{2}+1)^2}$$

$f'\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a + b = 0.$ Vậy chọn câu (a).

269. $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x.$

$$f'(x) = 3\sin^2 x.\cos x - 3\cos^2 x.\sin x = 3\sin x.\cos x(\sin x - \cos x)$$

$$= \frac{3}{2}\sin 2x(\sin x - \cos x)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}\sin\frac{\pi}{3}\left(\sin\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}(1 - \sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3} - 9}{8}.$$

Vậy chọn câu (c).

270. $f(x) = \tan^3 x - 3\tan x + 3x$

$$\Rightarrow f'(x) = 3\tan^2 x.\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{3}{\cos^2 x} + 3 = 3\tan^2 x(1 + \tan^2 x) - 3(1 + \tan^2 x) + 3$$

$$= 3\tan^4 x.$$

Vậy chọn câu (b).

271. $y = f(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x}}$

$$f'(x) = \frac{(x + 2\sqrt{x})'}{2\sqrt{x + 2\sqrt{x}}} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x + 2\sqrt{x}}} = \frac{\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x^2 + 2x}}.$$

$f'(1) = \dfrac{2}{2\sqrt{1+2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}.$ Vậy chọn câu (c).

272. $\varphi(t) = \sqrt{1 + \cos^2 t^2}$

$$\varphi'(t) = \frac{-2\cos t^2.\sin t^2.2t}{2\sqrt{1 + \cos^2 t^2}} = -\frac{t.\sin 2t^2}{\sqrt{1 + \cos^2 t^2}}$$

$$\varphi'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = -\frac{\frac{\sqrt{\pi}}{2}.\sin\frac{\pi}{2}}{\sqrt{1+\frac{1}{2}}} = -\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{6\pi}}{6}.$$

Vậy chọn câu (b).

273. $F(z) = \dfrac{\cos^2 z}{1+\sin^2 z}$

$$\Rightarrow\ F'(z) = \frac{(1+\sin^2 z).2\cos z(-\sin z) - \cos^2 z.2\sin z.\cos z}{(1+\sin^2 z)^2}$$

$$= -\frac{2\sin z.\cos z + 2\sin^3 z.\cos z + 2\cos^2 z.\sin z}{(1+\sin^2 z)^2}$$

$$= -\frac{\sin 2z + \sin 2z(\sin^2 z + \cos^2 z)}{(1+\sin^2 z)^2} = -\frac{2\sin 2z}{(1+\sin^2 z)^2}$$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3};\qquad F'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-2}{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{8}{9}.$$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3F'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3} + \frac{24}{9} = \frac{27}{9} = 3.$$

Vậy chọn câu (a).

274. $f(t) = \ln\left(\dfrac{2+\tan t}{2-\tan t}\right)$

$$f'(t) = \frac{\left(\frac{2+\tan t}{2-\tan t}\right)'}{\frac{2+\tan t}{2-\tan t}} = \frac{\frac{(2-\tan t).\frac{1}{\cos^2 t} + (2+\tan t).\frac{1}{\cos^2 t}}{(2-\tan t)^2}}{\frac{2+\tan t}{2-\tan t}}$$

$$= \frac{2-\tan t+2+\tan t}{(4-\tan^2 t)\cos^2 t} = \frac{4}{4\cos^2 t - \sin^2 t} = \frac{4}{4-5\sin^2 t}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{4}{4-5.\frac{3}{4}} = 16 \qquad f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{4}{4-\frac{5}{4}} = \frac{16}{11}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{4}{4-\frac{5}{2}} = \frac{8}{3} \qquad f'(0) = 1.$$

Chỉ có (b) sai.

275. $f(x) = \dfrac{\cos x}{3\sin^3 x} + \dfrac{4}{3}\cot x$

$$f'(x) = -\frac{\sin^3 x.(-\sin x - \cos x.3\sin^2 x.\cos x}{3\sin^6 x} - \frac{4}{3\sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x(\sin^2 x + 3\cos^2 x)}{3\sin^6 x} - \frac{4}{3\sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + 3\cos^2 x - 4\sin^2 x}{3\sin^4 x} = \frac{3(\cos^2 x - \sin^2 x)}{3\sin^4 x} = \frac{\cos 2x}{\sin^4 x}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\cos\frac{2\pi}{3}}{\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^4} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{9}{16}} = \frac{-8}{9}.$$ Vậy chọn câu (d).

276. $y = e^{-x}.\sin x$

$y' = -e^{-x}.\sin x + e^{-x}.\cos x = e^{-x}(\cos x - \sin x)$

$y'' = -e^{-x}(\cos x - \sin x) + e^{-x}(-\sin x - \cos x)$

$\quad = e^{-x}(-\sin x - \cos x - \cos x + \sin x) = -2e^{-x}.\cos x$

$y'' + 2y' + 2y = -2e^{-x}.\cos x + 2e^{-x}.\cos x - 2e^{-x}.\sin x + 2e^{-x}.\sin x = 0.$

Vậy chọn câu (b).

277. $f(x) = x.\sin x$

$f'(x) = \sin x + x\cos x$

$f''(x) = \cos x + \cos x - x\sin x = 2\cos x - x\sin x$

$f'''(x) = -2\sin x - \sin x - x\cos x = -3\sin x - x\cos x$

$$\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \\ f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2} \\ f'''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3 \end{array}\right\} \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right) + f''\left(\frac{\pi}{2}\right) + f'''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2.$$ Vậy chọn câu (b).

Chủ đề 9 : Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM

278. $y' = 2x + 5$. (P) cắt Ox tại $x = -4$, $x = -1$. Hai giao điểm của (P) với trục Ox có tọa độ là $A(-4, 0)$; $B(-1, 0)$.

Tiếp tuyến của (P) tại A : $y = y'_{-4}(x + 4)$: $y = -3(x + 4) = -3x - 12$

Tiếp tuyến của (P) tại B : $y = y'_{-1}(x + 1)$: $y' = 3(x + 1) = 3x + 3$

Vậy chọn (b).

279. $A \in (P) \Leftrightarrow a = 3.(2)^2 - 5.2 + 5 = 7$

$B \in (P) \Leftrightarrow 3b^2 - 5b + 5 = 3 \Leftrightarrow 3b^2 - 5b + 2 = 0$

$\Leftrightarrow b = 1$ hoặc $b = \dfrac{2}{3}$

Vậy $A(2, 7)$; $B(1, 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1, -4) \Rightarrow k = 4$

Hoặc $A(2, 7)$; $B\left(\dfrac{2}{3}, 3\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(-\dfrac{4}{3}, -4\right) \Rightarrow k = 3$

Vậy chọn (c).

280. $y' = 2x - 2$. Đường thẳng $4x - 2y + 5 = 0$ có hệ số góc $k = 2$. Để tiếp tuyến của (P) song song với đường thẳng trên, ta phải có :

$$2x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 2$$

$(x_0, y_0) \in (P)$, $y_0 = 2^2 - 2.2 + 3 = 3$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là : $y = 2(x - 2) + 3 \Leftrightarrow y = 2x - 1$.

Vậy chọn (c).

281. $y' = 6x - 2$. Đường thẳng vuông góc với $x + 4y + 1 = 0$ có hệ số góc $k = 4$. Từ $6x - 2 = 4 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 6$.

Tiếp tuyến phải tìm có phương trình : $y = 4(x - 1) + 6 \Leftrightarrow y = 4x + 2$.

Vậy chọn (b).

282. $y' = 2x - 5$. Tiếp tuyến của (P) song song với đường thẳng $y = 3x + m$ sẽ có hệ số góc : $k = 3 \Rightarrow 2x - 5 = 3 \Leftrightarrow x = 4$

$$\Rightarrow y = 4^2 - 5.4 - 8 = -12$$

Tiếp điểm M(4, −12). Vậy chọn (d).

283. Gọi (d) là đường thẳng : $y = k(x - 2) - 1 \Leftrightarrow y = kx - 2k - 1$

Để (d) tiếp xúc (P) thì hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4} - x + 1 = kx - 2k - 1 & (1) \\ \dfrac{x}{2} - 1 = k & (2) \end{cases} \quad \text{có nghiệm}$$

Thế $k = \dfrac{x}{2} - 1$ vào (1) :

$$\frac{x^2}{4} - x + 1 = \left(\frac{x}{2} - 1\right)x - x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = 4 \Rightarrow k = -1 \text{ hay } k = 1.$$

Hai tiếp tuyến là $y = -x + 1$ $(k = -1)$ và $y = x - 3$ $(k = 1)$

Vậy chọn (a).

284. Hoành độ các giao điểm x_M, x_N của (d) và (P) là nghiệm của phương trình :

$$-\frac{x^2}{2} + 2x + 1 = kx \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x^2}{2} + (k-2)x - 1 = 0$$

$$x_M + x_N = 2(2 - k) \ ; \ x_M.x_N = -2.$$

Tại M, tiếp tuyến của (P) có hệ số góc $k_1 = -x_M + 2$

Tại N, tiếp tuyến của (P) có hệ số góc $k_2 = -x_N + 2$

$$k_1.k_2 = x_M.x_N - 2(x_M + x_N) + 4 = -2 - 4(2 - k) + 4 = 4k - 6$$

Để hai tiếp tuyến tại M và tại N của (P) vuông góc nhau, cần và đủ là

$$k_1.k_2 = -1 \quad \Leftrightarrow \quad 4k - 6 = -1 \quad \Leftrightarrow \quad 4k = 5 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{5}{4}.$$

Vậy chọn (b).

285. Từ phương trình $y' = -x^2 - 4x - 3 = \frac{3}{4}$ tính được :

$$x_1 = -\frac{5}{2},\ x_2 = -\frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad y_1 = \frac{29}{24},\ y_2 = \frac{17}{8}.$$

Hai tiếp tuyến là $y = \frac{3}{4}\left(x + \frac{5}{2}\right) + \frac{29}{24} \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{3}{4}x + \frac{37}{12}$

và $y = \frac{3}{4}\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{17}{8} \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$

Vậy chọn (c).

286. Đường thẳng $2x + y - 5 = 0$ có hệ số góc $k = -2$

$$y' = x^2 - 4x + 1. \text{ Từ } y' = -2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4x + 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

Tìm được :

$$x_1 = 1,\ y_1 = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad \text{Tiếp tuyến } (T_1) : y = -2(x - 1) + \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad y = -2x + \frac{10}{3}$$

$$x_2 = 3,\ y_2 = -4 \quad \Rightarrow \quad \text{Tiếp tuyến } (T_2) : y = -2(x - 3) - 4$$

$$\Leftrightarrow \quad y = -2x + 2$$

$$(T_1) : 2x + y - \frac{10}{3} = 0 \ ; \quad (T_2) : 2x + y - 2 = 0.$$

Vậy chọn (a).

287. Đường thẳng vuông góc với đường thẳng $x + 6y - 6 = 0$ có hệ số góc bằng 6.

$$y' = 3x^2 - 6x - 3$$

Từ $y' = 6 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 3 = 6 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0$, tìm ra :

$x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = -1 \Rightarrow$ Tiếp tuyến (T_1) : $y = 6(x + 1) - 1$

$\Leftrightarrow y = 6x + 5$

$x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = -9 \Rightarrow$ Tiếp tuyến (T_2) : $y = 6(x - 3) - 9$

$\Leftrightarrow y = 6x - 27.$

Vậy chọn (c).

288. Gọi (d) là đường thẳng $y = kx + 3$

Để (d) tiếp xúc (C) thì hệ phương trình sau có nghiệm :

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = kx + 3 & (1) \\ 3x^2 - 6x = k & (2) \end{cases}$$

Thế $k = 3x^2 - 6x$ vào (1) : $x^3 - 3x^2 + 2 = (3x^2 - 6x)x + 3 = 3x^3 - 6x^2 + 3$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2(2x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ hay $x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow k = -3$ hay $k = \dfrac{15}{4}$.

hai tiếp tuyến là $y = -3x + 3$ và $y = \dfrac{15}{4}x + 3$

Vậy chọn (b).

289. Viết lại $y = \dfrac{x^3}{3} + 12 - m(x + 3)^2 \Rightarrow \forall m$, điểm $A(-3, 3) \in (C_m)$

$$y' = x^2 - 2m(x + 3)\ ;\ y'_{-3} = (-3)^2 = 9$$

Phương trình tiếp tuyến tại A của (C_m) : $y = 9(x + 3) + 3$

$\Leftrightarrow y = 9x + 15.$

Vậy chọn (d).

290. $y' = 3x^2 + 8x + 4$; $y'_{(-3)} = 7$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A :

$y = 7(x + 3) - 2 \Leftrightarrow y = 7x + 19.$

(T). Hoành độ các giao điểm của (T) và (C) là nghiệm của phương trình :

$x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = 7x + 19$

$\Leftrightarrow x^3 + 4x^2 - 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2(x - 2) = 0$

$f(2) = 33$: (T) còn cắt (C) tại M(2, 33).

Vậy chọn (c).

291. $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow y' = 2x^3 - 6x$; $y'' = 6x^2 - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

Tại $x = 1 \Rightarrow y = 1$; $y'_1 = -4$.

Tiếp tuyến (T_1) : $y = -4(x - 1) - 1 \Leftrightarrow y = -4x + 3$

Tại $x = -1 \Rightarrow y = -1$; $y'_{-1} = 4$.

Tiếp tuyến (T_2) : $y = 4(x + 1) - 1 \Leftrightarrow y = 4x + 3$

Vậy chọn (b).

292. $y' = 4x^3 - 2(m + 5)x$; $y'_{(-1)} = -4 + 2m + 10 = 2m + 6$

$y'_{(-1)} = -6 \Leftrightarrow 2m + 6 = -6 \Leftrightarrow m = -2$.

Vậy chọn (c).

293. Gọi (d) là đường thẳng $y = kx$.

Để (d) tiếp xúc với (C) thì hệ $\begin{cases} x^4 - 3x^2 = kx & (1) \\ 4x^3 - 6x = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm chung. Thế $k = 4x^3 - 6x$ vào (1) : $x^4 - 3x^2 = 4x^4 - 6x^2 \Leftrightarrow 3x^4 - 3x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0, x = 1, x = -1$.

Loại $x = 0$ vì $k \neq 0$. $x = 1$ thì $k = -2$, có tiếp tuyến $y = -2x$

$x = -1$ thì $k = 2$, có tiếp tuyến $y = 2x$

Vậy chọn (a).

294. Gọi (d) là đường thẳng $y = kx + 5$. Để (d) là tiếp tuyến của (C) thì các tiếp điểm của (d) và (C) là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} -x^4 + 6x^2 + 5 = kx + 5 & (1) \\ -4x^3 + 12x = k & (2) \end{cases}$$

Thế k từ (2) vào (1) được :

$-x^4 + 6x^2 = -4x^4 + 12x^2 \Leftrightarrow 3x^4 - 6x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0, x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$

$x = 0$ thì $k = 0$ loại vì tiếp tuyến không song song với $\overrightarrow{Ox}$

$x = \sqrt{2}$ thì $k = 4\sqrt{2}$ có tiếp tuyến (T_1) : $y = 4\sqrt{2}x + 5$

$x = -\sqrt{2}$ thì $k = -4\sqrt{2}$ có tiếp tuyến (T_2) : $y = -4\sqrt{2}x + 5$

Vậy chọn (c).

295. (d) có hệ số góc $k = -\frac{5}{4}$, $y' = \frac{-5}{(2x - 1)^2}$.

Từ $y' = -\frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{-5}{(2x-1)^2} = -\frac{5}{4} \Leftrightarrow (2x-1)^2 = 4$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{-\frac{3}{2}+3}{3-1} = \frac{3}{4} \Rightarrow$ Tiếp tuyến (T_1) :

$y = -\frac{5}{4}\left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{4} \Leftrightarrow y = -\frac{5}{4}x + \frac{21}{8}$

$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{\frac{1}{2}+3}{-1-1} = -\frac{7}{4} \Rightarrow$ Tiếp tuyến (T_2) :

$y = -\frac{5}{4}\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{7}{4} \Leftrightarrow y = -\frac{5}{4}x - \frac{19}{8}$

Vậy chọn (a).

296. $y = \frac{x-4m}{mx-4} \Rightarrow mxy - 4y = x - 4m$

$\Rightarrow m(xy+4) - 4y + x) = 0 \qquad (*)$

(*) đúng $\forall m \neq 0$ và $m \neq \pm 1$ khi $\begin{cases} yx + 4 = 0 & (1) \\ 4y + x = 0 & (2) \end{cases}$.

Thế $y = -\frac{x}{4}$ vào (1) được : $-\frac{x^2}{4} + 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 4 \Rightarrow y = \mp 1$

Vậy A(4, –1), B(–4, 1).

Tiếp tuyến tại A của (H_m) có hệ số góc :

$$k_1 = y'_{(4)} = \frac{-4+4m^2}{(-4m-4)^2} = \frac{m^2-1}{4(m+1)^2} = \frac{m+1}{4(m-1)}$$

Tiếp tuyến tại B của (H_m) có hệ số góc :

$$k_2 = y'_{(-4)} = \frac{-4+4m^2}{(-4m-4)^2} = \frac{m^2-1}{4(m+1)^2} = \frac{m-1}{4(m+1)}$$

Để hai tiếp tuyến song song với nhau thì :

$$\frac{m+1}{4(m-1)} = \frac{m-1}{4(m+1)} \Rightarrow (m+1)^2 = (m-1)^2$$

$\Rightarrow$ Với $m \neq 0$ thì phương trình này vô nghiệm.

Vậy chọn (d).

297. $y' = \dfrac{3a - 2b}{(2x + 3)^2}$

(C) qua A $\Leftrightarrow \quad \dfrac{a + b}{5} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a + b = 5 \qquad (1)$

$y'_{(-2)} = \dfrac{3a - 2b}{(-1)^2} = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 3a - 2b = 5 \qquad (2)$

Giải hệ (1) và (2) có $a = 3$; $b = 2$. Vậy chọn (b).

298. $y = \dfrac{ax + b}{x - 1} \Rightarrow$ Qua A(3, 1) nên $\dfrac{3a + b}{2} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad b = 2 - 3a$

(C) tiếp xúc đường thẳng $y = 2x - 4 \Leftrightarrow$ Hệ $\begin{cases} \dfrac{ax + b}{x - 1} = 2x - 4 & (1) \\ \dfrac{-(a + b)}{(x - 1)^2} = 2 & (2) \end{cases}$ có nghiệm

Thế $b = 2 - 3a$ vào (2) : $\dfrac{-a - 2 + 3a}{(x - 1)^2} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{2(a - 1)}{(x - 1)^2} = 2$

$\Leftrightarrow \quad a - 1 = (x - 1)^2 \quad \Leftrightarrow \quad a = (x - 1)^2 + 1$

$\Rightarrow \quad b = 2 - 3[(x - 1)^2 + 1] = -3x^2 + 6x - 4$

Thế vào (1) : $(x^2 - 2x + 2)x - 3x^2 + 6x - 4 = (2x - 4)(x - 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x - 1)(x^2 - 6x + 8) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow a = 2,\ \ b = -4 \\ x = 4 \Rightarrow a = 10,\ b = -28 \end{array}\right.$ Vậy chọn (b).

299. $y = \dfrac{(m + 1)x + m}{x + m}$. Dễ thấy điểm $A(0, 1) \in (H_m)\ \forall m \neq 0$

$y' = \dfrac{m^2}{(x + m)^2}$: $y'_0 = 1$, $\forall m \neq 0$

tại A(0, 1), tiếp tuyến của (H_m) có phương trình :

$y = 1(x - 0) + 1 \quad \Leftrightarrow \quad y = x + 1$

$\forall m \neq 0$, (H_m) luôn tiếp xúc với đường thẳng $y = x + 1$.

Vậy chọn (c).

300. Điểm $M(-2, -4) \in (H) \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{-2a + 2}{-2b + 3} = -4 \quad \Leftrightarrow \quad b = \dfrac{7 - a}{4} \qquad (1)$

$y' = \dfrac{3a - 2b}{(bx + 3)^2}$; $y'_{(-2)} = 7 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{3a - 2b}{(3 - 2b)^2} = 7 \qquad (2)$

Thay $b = \dfrac{7 - a}{4}$ từ (1) vào (2) :

$$\frac{3a - \dfrac{7 - a}{2}}{\left(3 - \dfrac{7 - a}{2}\right)^2} = 7 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\dfrac{7(a - 1)}{2}}{\dfrac{(a - 1)^2}{4}} = 7 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{a - 1} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a = 3$$

Từ đó có $b = 1$. Vậy chọn (d).

301. Gọi (d) là đường thẳng $y = kx - 2$. Để (d) tiếp xúc (H), hệ phương trình sau có nghiệm :

$$\begin{cases} \dfrac{x+4}{x+2} = kx - 2 & (1) \\ \dfrac{-2}{(x+2)^2} = k & (2) \end{cases}$$

Thế k từ (2) vào (1) :

$$\frac{x+4}{x+2} = \frac{-2}{(x+2)^2} - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ (x+4)(x+2) = -2x - 2(x+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 3x^2 + 16x + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \Rightarrow k = -\dfrac{1}{2} \\ x = -\dfrac{4}{3} \Rightarrow k = -\dfrac{9}{2} \end{cases}$$

Có 2 tiếp tuyến kẻ từ A đến (H) :

$$(T_1) : y = -\frac{1}{2}x - 2 \Leftrightarrow x + 2y + 4 = 0$$

$$(T_2) : y = -\frac{9}{2}x - 2 \Leftrightarrow 9x + 2y + 4 = 0$$

Vậy chọn (b).

302. $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{2x - 2} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2 - 2x - 1}{2(x-1)^2}$

Điểm $A(0, -2) \in (C)$ $y'_0 = -\dfrac{1}{2}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A :

$$y = -\frac{1}{2}(x - 0) - 2 \Leftrightarrow x + 2y + 4 = 0.$$

Vậy chọn (b).

303. $y = \dfrac{x^2 + x}{2(x-1)} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2 - 2x - 1}{2(x-1)^2}$

Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = -\dfrac{x}{2} + 1$ tại những điểm có hoành độ x_0 thỏa :

$$\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2(x_0 - 1)^2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 \neq 1 \\ x_0^2 - 2x_0 - 1 = -x_0^2 + 2x_0 - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 \neq 1 \\ 2x_0^2 - 4x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0 \\ x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3 \end{array}\right.$$

Tiếp tuyến (T_1) tại A(0, 0) : $y = -\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow x + 2y = 0$

Tiếp tuyến (T_2) tại B(2, 3) : $y = -\dfrac{1}{2}(x-2) + 3 \Leftrightarrow x + 2y - 8 = 0$

Vậy chọn (a).

304. $y = \dfrac{x^2 + 3x + m}{x + 1} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2 + 2x + 3 - m}{(x+1)^2}$

Để trên (C) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng y = x + 1 thì phương trình $\dfrac{x^2 + 2x + 3 - m}{(x+1)^2} = -1$ có nghiệm $x \neq -1$

$\Rightarrow \quad x^2 + 2x + 3 - m = -x^2 - 2x - 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2x^2 + 4x + 4 - m = 0$

$\Delta' = 4 - 2(4 - m) = 2m - 4$

Để phương trình có nghiệm thì : $2m - 4 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad m \geq 2$

Vậy chọn (c).

305. $y = \dfrac{x^2 + ax + b}{x + 3} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2 + 6x + 3a - b}{(x+3)^2}$

$A\left(0, -\dfrac{4}{3}\right) \in (C) \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{b}{3} = -\dfrac{4}{3} \quad \Leftrightarrow \quad b = -4$

$y'_0 = \dfrac{3a - b}{9} = \dfrac{10}{9} \quad \Leftrightarrow \quad 3a - b = 10 \quad \Leftrightarrow \quad 3a + 4 = 10$

$\Leftrightarrow \quad a = 2.$ Vậy chọn (b).

306. $y = \dfrac{-x^2 + 4x}{x - 1} \Rightarrow y' = \dfrac{-x^2 + 2x - 4}{(x-1)^2}$

Gọi (d) là đường thẳng y = k(x − 1). (d) tiếp xúc (C) khi hệ phương trình sau có nghiệm :

$$\begin{cases} \dfrac{-x^2 + 4x}{x - 1} = kx - k - 4 & (1) \\ \dfrac{-x^2 + 2x - 4}{(x-1)^2} = k & (2) \end{cases} \qquad (x \neq 1)$$

Thế k từ (2) vào (1) có phương trình :

$$\frac{-x^2 + 4x}{x - 1} = \frac{-x^3 + 2x^2 - 4x}{(x-1)^2} - \frac{-x^2 + 2x - 4}{(x-1)^2} - 4 \qquad (x \neq 1)$$

$\Rightarrow \quad (-x^2 + 4x)(x - 1) = -x^3 + 3x^2 - 6x + 4 - 4x^2 + 8x - 4$

$\Rightarrow \quad -x^3 + 5x^2 - 4x = -x^3 - x^2 + 2x$

$\Rightarrow \quad 6x^2 - 6x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \quad (\text{do } x \neq 1)$

Với x = 0 thì k = –4. Tiếp tuyến phải tìm là $y = -4x$.

Vậy chọn (a).

307. $y = \dfrac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{-x+m} \Rightarrow y' = \dfrac{-2x^2 + 4mx - m^2 + 2m + 1}{(-x+m)^2}$

Từ $y = \dfrac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{-x+m}$

$\Rightarrow$ $-xy + my = 2x^2 + x - mx + 1 + m$

$\Rightarrow$ $(2x^2 + xy + x + 1) - m(x + y - 1) = 0$

$\Rightarrow$ Điểm cố định của (C_m) có tọa độ là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 & (1) \\ 2x^2 + xy + x + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Thế $y = 1 - x$ từ (1) và (2) :

$$2x^2 + x(1-x) + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 2$$

$$y'_{(-1)} = \frac{-2 - 4m - m^2 + 2m + 1}{(m+1)^2} = \frac{-(m^2 + 2m + 1)}{(m+1)^2} = -1 \ \forall m \neq -1.$$

Tiếp tuyến tại $A(-1, 2) \in (C_m)$: $y = -(x+1) + 2 \Leftrightarrow y = -x + 1$

(C_m) luôn tiếp xúc với $y = -x + 1$ tại $A(-1, 2)$ $\forall m \neq -1$.

Vậy chọn (c).

308. $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{2(x-1)} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2 - 2x - 1}{2(x-1)^2}$

(C) có tiệm cận đứng x = 1, tiệm cận xiên $y = \dfrac{x}{2} - 1$

$y'_0 = -\dfrac{1}{2}$. Tiếp tuyến (T) tại M(0, –2) : $y = -\dfrac{1}{2}x - 2$

$\Rightarrow$ (T) cắt tiệm cận đứng tại $A\left(1, -\dfrac{5}{2}\right)$.

Tọa độ giao điểm B của (T) và tiệm cận xiên là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} y = \dfrac{x}{2} - 1 \\ y = -\dfrac{x}{2} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(5, -\frac{3}{2}\right).$$

Vậy chọn (a).

309. $y = \dfrac{-3x^2 + mx + \dfrac{3}{2}}{2x + m} \Rightarrow y' = \dfrac{-6x^2 - 6mx + m^2 - 3}{(2x+m)^2}$

$y'_0 = \dfrac{m^2 - 3}{m^2}$. Tiệm cận xiên của (C_m) có hệ số góc bằng $-\dfrac{3}{2}$. Để tiếp tuyến tại A vuông góc với tiệm cận xiên của (C_m) thì :

$$\frac{m^2 - 3}{m^2} = \frac{2}{3} \iff 3m^2 - 9 = 2m^2 \iff m^2 = 9 \iff m = \pm 3.$$

Vậy chọn (b).

310. $y = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{-x + 1} \Rightarrow y' = \dfrac{-x^2 + 2x}{(-x + 1)^2}$.

Khi đường thẳng y = 3x + m tiếp xúc (C) thì hệ phương trình :

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x + 3}{-x + 1} = 3x + m & (1) \\ \dfrac{-x^2 + 2x}{(-x + 1)^2} = 3 & (2) \end{cases}$$

(2) có nghiệm $x = \dfrac{1}{2}$ hoặc $x = \dfrac{3}{2}$

Thế $x = \dfrac{1}{2}$ vào (1) được m = 2

Thế $x = \dfrac{3}{2}$ vào (1) được m = –6

Vậy chọn (b).

311. Gọi (d) là đường thẳng y = k(x – 2) – 5. (d) tiếp xúc (C) thì nghiệm của hệ phương trình sau sẽ là các hoành độ tiếp điểm:

$$\begin{cases} \dfrac{-x^2 - x + 3}{x + 1} = k(x - 2) - 5 & (1) \\ \dfrac{-x^2 - 2x - 4}{(x + 1)^2} = k & (2) \end{cases}$$

Thế k từ (2) vào (1) được phương trình :

$$\frac{-x^2 - x + 3}{x + 1} = \frac{(-x^2 - 2x - 4)}{(x + 1)^2}(x - 2) - 5$$

$$\iff \begin{cases} x \neq -1 \\ 3x^2 + 12x = 0 \end{cases} \iff \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -4 \end{array}\right.$$

$x = 0 \Rightarrow y = 3$; $x = -4 \Rightarrow y = \dfrac{(-4)^2 - (-4) + 3}{-4 + 1} = 3$

A(0, 3) ; B(–4, 3) là hai tiếp điểm.

Vậy chọn (c).

312. Từ $y = \dfrac{-x^2 + x - m}{2x + m} \Rightarrow 2xy + my = -x^2 + x - m$

$\Rightarrow$ $2xy + x^2 - x + m(y + 1) = 0$

$\Rightarrow$ $y = -1,\ x = 0$ hay $x = 3\ \ \forall m \neq 0,\ m \neq -6$

$\Rightarrow$ (C_m) luôn qua 2 điểm cố định $A(0, -1)$; $B(3, -1)$.

$$y' = \frac{-2x^2 - 2mx + 3m}{(2x + m)^2}\ ; \quad y'_0 = \frac{3}{m}\ ;$$

$$y'_3 = \frac{-18 - 6m + 3m}{(m + 6)^2} = \frac{-3(m + 6)}{(m + 6)^2} = \frac{-3}{m + 6}$$

Hai tiếp tuyến của (C_m) tại A và tại B vuông góc nhau khi $y'_0.y'_3 = -1$

$\Leftrightarrow$ $\dfrac{3}{m}\dfrac{(-3)}{m + 6} = -1 \Leftrightarrow m^2 + 6m - 9 = 0$

$\Leftrightarrow$ $m = -3 - 3\sqrt{2}$ hay $m = -3 + 3\sqrt{2}$

Vậy chọn (d).

313. Lưu ý rằng với hàm số $y = \dfrac{u}{v}$, tại giao điểm của đồ thị với trục hoành, tiếp tuyến có hệ số góc $k = \dfrac{u'}{v}$.

$$y = \frac{x^2 + mx - 1}{x + m} \Rightarrow \frac{u'}{v} = \frac{2x + m}{x + m}$$

$y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -m \\ x^2 + mx - 1 = 0 \end{cases}$. Hai giao điểm của (C_m) với $\overrightarrow{Ox}$ có hoành độ x_A, x_B sao cho $x_A + x_B = -m$, $x_A.x_B = -1$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A : $k_1 = \dfrac{2x_A + m}{x_A + m}$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại B : $k_2 = \dfrac{2x_B + m}{x_B + m}$

$$k_1.k_2 = \frac{4x_A.x_B + 2m(x_A + x_B) + m^2}{x_A.x_B + m(x_A + x_B) + m^2} = -1$$

$\Rightarrow$ $5x_A.x_B + 3m(x_A + x_B) + 2m^2 = 0$

$\Rightarrow$ $-5 - 3m^2 + 2m^2 = 0 \Rightarrow -m^2 - 5 = 0$: vô nghiệm.

Vậy chọn (d).

314. $y = 2x^2 - 3x + 5$ có đồ thị là (P).

Điểm A $(2, a) \in (P) \Leftrightarrow a = 2.2^2 - 3.2 + 5 = 7$.

Điểm B(b, 10) ∈ (P) $\Leftrightarrow$ $2b^2 - 3b + 5 = 10$ $\Leftrightarrow$ $2b^2 - 3b - 5 = 0$

$\Leftrightarrow$ $b = -1$ hay $b = \dfrac{5}{2}$.

Nếu lấy B(−1, 10), A(2, 7) : $\overrightarrow{AB} = (-3, +3)$ $\Rightarrow$ $k = -1$.

Nếu $B\left(\dfrac{5}{2}, 10\right)$; A(2, 7) $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = \left(\dfrac{1}{2}, 3\right)$ $\Rightarrow$ $k = 6$.

Vậy chọn câu (b).

315. $y = \dfrac{x^2}{2} + 4x + 4$ $\Rightarrow$ $y' = x + 4$.

Đường thẳng (d') vuông góc với (d) có hệ số góc k = 2.

Để tiếp tuyến của (P) vuông góc với (d) thì $x + 4 = 2$ $\Rightarrow$ $x_0 = -2$

$\Rightarrow$ $y_0 = \dfrac{(-2)^2}{2} + 4(-2) + 4 = -2$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm $y = 2(x + 2) - 2$ $\Leftrightarrow$ $2x - y + 2 = 0$.

Vậy chọn câu (c).

316. $y = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$

$\Rightarrow$ $y' = 6x^2 + 6x - 4 = 6\left(x^2 + x + \dfrac{1}{4}\right) - 4 - \dfrac{3}{2} = 6\left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{11}{2} \geq -\dfrac{11}{2}$

$\Rightarrow$ y' có giá trị nhỏ nhất bằng $-\dfrac{11}{2} = -5{,}5$ đạt được tại $x = -\dfrac{1}{2}$.

Vậy chọn câu (b).

317. $y = x^3 - 3x^2$ $\Rightarrow$ $y' = 3x^2 - 6x$

Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng 9 là tiếp tuyến tại các điểm có hoành độ x thỏa phương trình :

$3x^2 - 6x = 9$ $\Leftrightarrow$ $x^2 - 2x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow$ $x = -1$ hoặc $x = 3$.

- Tại $x = -1$ $\Rightarrow$ $y = (-1)^3 - 3(-1)^2 = -4$

  có tiếp tuyến $y = 9(x + 1) - 4$ $\Leftrightarrow$ $y = 9x + 5$
- Tại $x = 3$ $\Rightarrow$ $y = (3)^3 - 3.3^2 = 0$

  có tiếp tuyến $y = 9(x - 3)$ $\Leftrightarrow$ $y = 9x - 27$

Cặp I, IV là lựa chọn đúng.

318. $y = x^4 - 6x^2$ $\Rightarrow$ $y' = 4x^3 - 12x$ $\Rightarrow$ $y'' = 12x^2 - 12$

$y'' = 0$ và đổi dấu tại $x = 1$ và $x = -1$.

$\Rightarrow$ Hai điểm uốn là (1, −5) và (−1, −5).

$y'_1 = -8$. Tiếp tuyến tại (1, −5) : $y = -8(x - 1)$ $\Leftrightarrow$ $y = -8x + 3$

$y'_{-1} = 8$. Tiếp tuyến tại $(-1, -5)$: $y = 8(x + 1) - 5 \quad \Leftrightarrow \quad y = 8x + 3$

d_2, d_4 là cặp tiếp tuyến tại hai điểm uốn của đồ thị $y = x^4 - 6x^2$.

Vậy chọn câu (d).

Chủ đề 10 : TÍNH ĐƠN ĐIỆU – CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

319. $y = a\sin x + b\cos x + x$

$y' = a\cos x - b\sin x + 1 =$

$$= \frac{a(1-t^2) - 2bt + 1 + t^2}{1+t^2} = \frac{(1-a)t^2 - 2bt + a + 1}{1+t^2}, \quad \left(t = \tan\frac{x}{2}\right).$$

Để y đồng biến trên R thì $(1 - a)t^2 - 2bt + a + 1 > 0 \quad \forall t$.

$(1 - a)t^2 - 2bt + a + 1$ là một tam thức bậc hai của t. Để tam thức này luôn luôn dương thì :

$$\begin{cases} 1 - a > 0 \\ \Delta' = b^2 - (1 - a^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a^2 + b^2 < 1 \end{cases}$$

Nếu $a^2 + b^2 = 1$ thì : $(1 - a)t^2 - 2bt + a + 1 = \left[\sqrt{1-a}\,t \pm \sqrt{1+a}\right]^2 \ge 0$

$\forall a < 1 \quad \Rightarrow \quad y' \ge 0$, hàm tăng.

Vậy chọn (b).

320. $y = (m - 3)x - (2m + 1)\cos x$

$$y' = m - 3 + (2m + 1).\sin x = m - 3 + \frac{(2m+1)2t}{1+t^2}$$

$$= \frac{(m-3)t^2 + 2(2m+1)t + (m-3)}{1+t^2}, \quad \left(t = \tan\frac{x}{2}\right)$$

Dấu y' là dấu của tam thức :

$$g(t) = (m - 3)t^2 + 2(2m + 1)t + (m - 3).$$

g(t) có $\quad a = m - 3$,

$\Delta' = 4m^2 + 4m + 1 - m^2 + 6m - 9 = 3m^2 + 10m - 8$

Bảng dấu của a và Δ' :

m		−4		$\frac{2}{3}$		3	
a	−		−		−	0	+
Δ'	+	0	−	0	+		+

Nhìn bảng dấu trên, ta thấy các giá trị của m để hàm luôn giảm là $-4 \le a \le \frac{2}{3}$. Vậy chọn (d).

321 $y = -\dfrac{x^3}{3} + (a-1)x^2 + (a+3)x - 4$

$\Rightarrow \quad y' = g(x) = -x^2 + 2(a-1)x + a + 3$

Để $y' > 0$ trên $(0, 3)$ thì $-1.g(0) < 0$ và $-1.g(3) < 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} g(0) > 0 \\ g(3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 > 0 \\ 7a - 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad a > \dfrac{12}{7}$. Vậy chọn (c).

322 $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$, $D = R$

$y' = 3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5 = g(x)$.

$g(x)$ là một tam thức bậc 2 có $a = 3$, $\Delta' = 6(6m^2 - 1)$.

- Nếu $-\dfrac{1}{\sqrt{6}} \le m \le \dfrac{1}{\sqrt{6}}$ $\Delta' \le 0 \quad \Rightarrow \quad g(x) \le 0 \;\; \forall x \in D$

$\Rightarrow$ Hàm số tăng trên R do đó cũng tăng trên $(2, +\infty)$.

- Nếu $m < -\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ hay $m > \dfrac{1}{\sqrt{6}}$, $\Delta' > 0$, $g(x)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Để $g(x) > 0$ trên $(2, +\infty)$ thì $3.g(2) \ge 0$ và $\dfrac{S}{2} - 2 < 0$.

$\Rightarrow \quad g(2) = 5 - 12m\,; \quad \dfrac{S}{2} - 2 = 2m - 1$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(2) \ge 0 \\ \dfrac{S}{2} - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad m < -\frac{1}{\sqrt{6}} \text{ hay } \frac{1}{\sqrt{6}} < m \le \frac{5}{12}$$

Cuối cùng thì $m \le \dfrac{5}{12}$. Vậy chọn (d).

323. $y = \dfrac{2x^2 - mx + m + 2}{-x + m + 1} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{-2x^2 + 4(m+1)x - m^2 + 2}{(-x + m + 1)^2}$

Dấu y' là dấu của tam thức bậc hai : $g(x) = -2x^2 + 4(m+1)x - m^2 + 2$

Tam thức này có : $\Delta' = 4(m^2 + 2m + 1) - 2m^2 + 4 = 2(m+2)^2 \ge 0 \quad \forall m$

- $m = -2$ thì $y = \dfrac{2x^2 + 2x}{-x - 1} = -2x$ nghịch biến $\forall x$.
- $m \ne -2$ thì $g(x)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Để $g(x) \le 0 \;\; \forall x \in (2, +\infty)$ thì : $\begin{cases} -2.g(2) \ge 0 \\ \dfrac{S}{2} - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m - 2 \ge 0 \\ m - 1 < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \quad m \le 4 - 3\sqrt{2}$. Vậy chọn (c).

324. $y = \dfrac{x^3}{3} - (m-2)x^2 + (4m-8)x + m + 1$

$\Rightarrow \quad y' = x^2 - 2(m-2)x + 4m - 8 = g(x)$

y' có $\Delta' = m^2 - 4m + 4 - 4m + 8 = m^2 - 8m + 12$

Để có cực trị thì $m^2 - 8m + 12 > 0$.

Để hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1 < -2 < x_2$ thì $g(-2) < 0$

$$g(-2) = 4 + 4(m-2) + 4m - 8 < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 8m - 12 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad m < \frac{3}{2}.$$

(Điều kiện $g(-2) < 0$ đảm bảo $\Delta' > 0$).

Vậy chọn (d).

325. $y = x^4 - 8ax^3 + 6(a+2)x^2 + 4$

$y' = 4x^3 - 24ax^2 + 12(a+2)x = 4x[x^2 - 6ax + 3(a+2)]$

Tam thức $x^2 - 6ax + 3(a+2)$ có $\Delta' = 9a^2 - 3a - 6$. Nếu $\Delta' \geq 0$ thì hàm số chỉ có một điểm cực tiểu là $x = 0$.

$$9a^2 - 3a - 6 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{2}{3} \leq a \leq 1.$$

Vậy chọn (c).

326. $y = \dfrac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 1$

$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$. $\Delta'_{y'} = -2m^2 + 4m + 1$

$$x_1 + 2x_2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad (x_1 + x_2) + x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2(m-1)}{m} + x_2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{2-m}{m}$$

$x_2 = \dfrac{2-m}{m}$ là một nghiệm của phương trình $y' = 0$

nên $m\left(\dfrac{2-m}{m}\right)^2 - 2(m-1)\left(\dfrac{2-m}{m}\right) + 3(m-2) = 0$

$$\Rightarrow \quad 4 - 4m + m^2 + 2m^2 - 6m + 4 + 3m^2 - 6m = 0$$

$$\Rightarrow \quad 6m^2 - 16m + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3m^2 - 8m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad m = 2 \text{ hay } m = \frac{2}{3}$$

Hai giá trị này của m đều thỏa $\Delta'_{y'} > 0$.

Vậy chọn (a).

327. $y = x^3 + mx^2 + 1 \quad \Rightarrow \quad y' = 3x^2 + 2mx.$

Chia y cho y' :

$$\begin{array}{l|l}
x^3 + mx^2 + 1 & 3x^2 + 2mx \\ \cline{2-2}
x^3 + \frac{2m}{3}x^2 & \frac{x}{3} + \frac{m}{9} \\ \cline{1-1}
0 + \frac{m}{3}x^2 + 1 & \\
\quad \frac{m}{3}x^2 + \frac{2m^2}{9}x & \\ \cline{1-1}
\qquad 1 - \frac{2m^2}{9}x &
\end{array}$$

Qua phép chia, viết lại : $y = \left(\frac{x}{3} + \frac{m}{9}\right)f'(x) - \frac{2m^2}{9}x + 1$

Tọa độ 2 điểm cực đại và cực tiểu đều thỏa phương trình $y = -\frac{2m^2}{9}x + 1$: đây là đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại, cực tiểu của hàm số.

Vậy chọn (b)

328. $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$

$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 3[x^2 - 2mx + m^2 - 1]$

Phương trình y' = 0 luôn có 2 nghiệm $x = m - 1$, $x = m + 1$.

Chia y cho y' :

$$\begin{array}{l|l}
x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 & 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) \\ \cline{2-2}
x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 1)x & \frac{x}{3} - \frac{m}{3} \\ \cline{1-1}
0 \quad - mx^2 + 2(m^2 - 1)x - m^3 & \\
\quad -mx^2 + 2m^2x \quad - m(m^2 - 1) & \\ \cline{1-1}
\quad 0 \quad - 2x \qquad - m &
\end{array}$$

Viết lại $y = \left(\frac{x}{3} - \frac{m}{3}\right).f'(x) - 2x - m$.

⇒ Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C_m) là $y = -2x - m$

$y_{\text{cực đại}} = -2(m - 1) - m = -3m + 2$

$y_{\text{cực tiểu}} = -2(m + 1) - m = -3m - 2$

$y_{\text{cực đại}}.y_{\text{cực tiểu}} = 9m^2 - 4$: không thể âm với mọi m.

Vậy (d) là kết luận sai.

329. $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)^3$

$y' = 3(x + 1)^2$, $y'' = 6(x + 1)$ ⇒ (a) đúng.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A : $k_1 = 3(x_A + 1)^2$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại B : $k_2 = 3(x_B + 1)^2$

$k_1.k_2 = 9(x_A + 1)^2.(x_B + 1)^2 > 0 \quad \Rightarrow$ (b) là câu sai.

Độc giả tự kiểm tra rằng (c), (d) đều đúng.

Vậy chọn (b).

330. $$y = \frac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$$

$$\Rightarrow \quad y' = \frac{x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2}{(x - m)^2} \quad (x \neq m)$$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2 = 0$. Vế trái là tam thức bậc hai có $\Delta' = m^2 - 2m^2 + m + 2 = -m^2 + m + 2$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì : $-m^2 + m + 2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$

Vậy chọn (b).

331. $$y = \frac{(m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + m + 4}{m(x + 1)}$$

$$\Rightarrow \quad y' = \frac{(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x - (3m + 2)}{m(x + 1)}$$

Với $m \neq 0$, $m \neq 1$,

$y' = 0 \Leftrightarrow (m - 1)x^2 + 2(m - 1)x - (3m + 2) = 0 \quad (*)$

Tam thức ở vế trái có : $\Delta' = 4m^2 - 3m - 1$

Để y có cực đại, cực tiểu thì $m < -\frac{1}{4}$ hay $m > 1$

$$\frac{u'}{v'} = 2(m - 1)x - 2(m - 1) = 2(m - 1).(x - 1)$$

$y_{\text{cực đại}} = 2(m - 1).(x_{CĐ} - 1)$;

$y_{\text{cực tiểu}} = 2(m - 1).(x_{CT} - 1)$

$y_{CĐ}.y_{CT} = 4(m - 1)^2[x_{CĐ}.x_{CT} - (x_{CĐ} + x_{CT}) + 1]$

Từ (*) có $x_{CĐ} + x_{CT} = -2$; $\quad x_{CĐ}.x_{CT} = \frac{-(3m + 2)}{m - 1}$

$$\Rightarrow \quad y_{CĐ}.y_{CT} = 4(m - 1)^2\left[\frac{-(3m + 2)}{m - 1} + 3\right] = 4(m - 1)^2.\frac{(-5)}{(m - 1)}$$

$$= -20(m - 1)$$

Để $y_{CĐ}.y_{CT} < 0 \Leftrightarrow -20(m - 1) < 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Rightarrow m > 1$

Vậy chọn (d).

332. $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ (C).

(C) có tiệm cận đứng $x + 1 = 0$, tiệm cận xiên $x - y = 0$

Khoảng cách từ $M\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$ đến tiệm cận đứng $|t_1| = 2$

Khoảng cách từ $M\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$ đến tiệm cận xiên $|t_2| = \dfrac{\left|1 - \dfrac{3}{2}\right|}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \quad |t_1|.|t_2| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (d) là câu sai.

Độc giả hãy kiểm tra để thấy (a), (b), (c) đều đúng.

333. $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 4} = x - 1 + \dfrac{6}{x + 4}$: Tiệm cận đứng $x + 4 = 0$, tiệm cận xiên $y = x - 1$

$y' = \dfrac{x^2 + 8x + 10}{(x + 4)^2}$. Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = -8$; $x_1.x_2 = 10$.

Giao điểm hai tiệm cận là tâm đối xứng của (C) : $I(-4, -5)$.

$$M\left(x_0, x_0 - 1 + \frac{6}{x_0 + 4}\right) \in (C).$$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng : $|t_1| = |x_0 + 4|$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận xiên :

$$|t_2| = \frac{\left|x_0 - x_0 + 1 - \dfrac{6}{x_0 + 4} - 1\right|}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}|x_0 + 4|}$$

$\Rightarrow \quad |t_1|.|t_2| = \dfrac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$.

$$\frac{u'}{v'} = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad y_{CĐ} = 2x_1 + 3 \; ; \; y_{CT} = 2x_2 + 3$$

$$y_{CĐ}.y_{CT} = 4x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) + 9 = 4.10 + 6(-8) + 9 = 1$$

(a), (b), (c) đều đúng. Vậy (d) sai.

334. $y = \dfrac{-x^2 + 2x + a}{x - 3} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{-x^2 + 6x - 6 - a}{(x - 3)^2}$

$y' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -x^2 + 6x - 6 - a = 0$.

Tam thức này có $\Delta' = 3 - a$. Khi $\Delta > 0$, phương trình $-x^2 + 6x - 6 - a = 0$

có hai nghiệm $x_m < x_n$ và $x_n - x_m = 2\sqrt{3-a}$.

$$\frac{u'}{v'} = -2x + 2; \qquad m = -2x_m + 2; \qquad M = -2x_n + 2.$$

$$m - M = -2(x_m - x_n) = 2(x_n - x_m) = 4\sqrt{3-a}$$

$$m - M = 4 \Leftrightarrow \quad 4\sqrt{3-a} = 4 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{3-a} = 1$$

$\Leftrightarrow \quad a = 2.$ Giá trị này thỏa $\Delta > 0$.

Vậy chọn (b).

335. $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2m}{2x + m} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{2x^2 + 2mx - 2m}{(2x + m)^2}$

$y' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq -\dfrac{m}{2}$ và $2x^2 + 2mx - 2m = 0$

$\Leftrightarrow \quad x \neq -\dfrac{m}{2}$ và $x^2 + mx - m = 0$

Vế trái có $\Delta = m^2 + 4m$ để y có cực đại, cực tiểu thì $m^2 + 4m > 0$

$\dfrac{u'}{v'} = x + 1 \Rightarrow \quad y_{CĐ} = x_1 + 1$; $y_{CT} = x_2 + 1$, với $x_1 < x_2$ là 2 nghiệm của phương trình : $x^2 + mx - m = 0$ và $x_2 - x_1 = \sqrt{m^2 + 4m}$

Theo đề, ta phải có : $y_{CT} - y_{CĐ} = x_2 - x_1 = \sqrt{m^2 + 4m} > \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \quad m^2 + 4m - 5 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad m < -5$ hay $m > 1$.

Các giá trị này thỏa $m^2 + 4m > 0$. Vậy chọn (d).

336. $y = \cos x + ax \quad \Rightarrow \quad y' = -\sin x + a$

Đặt $t = \tan\dfrac{x}{2}$ thì $y' = -\dfrac{2t}{1+t^2} + a = \dfrac{at^2 - 2t + a}{1 + t^2}$.

Dấu y' là dấu của tam thức $\varphi(t) = at^2 - 2t + a$.

$y' > 0$ trên R $\quad \Leftrightarrow \quad \varphi(t) \geq 0, \forall t$. $\varphi(t)$ có $\Delta' = 1 - a^2$

Để $\varphi(t) \geq 0, \forall t \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a > 0 \\ a \leq -1 \text{ hay } a \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \quad a \geq 1.$

Vậy chọn câu (a).

337. $y = 2x + \ln(x + 2)$ được xác định khi $x + 2 > 0 \Leftrightarrow \quad x > -2$

$\Rightarrow D = R\backslash(-\infty, -2]$ (Hoặc $D = (-2, +\infty)$).

$$y' = 2 + \frac{1}{x + 2} = \frac{2x + 5}{x + 2}.$$

$x = -\dfrac{5}{2}$ không phải là một điểm tới hạn vì $-\dfrac{5}{2} \notin D$ trên D, $y' > 0$.

Chỉ có (b) sai.

338. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{mx^2}{2} + x + 5 \quad \Rightarrow \quad y' = x^2 + mx + 1.$

Đặt $\varphi(x) = x^2 + mx + 1$. Tam thức này có $\Delta = m^2 - 4$.

- Nếu $\Delta \le 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le 2$ thì $\varphi(x) \ge 0$

  $\Rightarrow$ y tăng trên R.

- Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0$ thì $\varphi(x)$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$.

Để $\varphi(x) > 0$ trên $(1, +\infty)$ thì $x_1 < x_2 \le 1 \Rightarrow \begin{cases} \varphi(1) \ge 0 \\ -\frac{m}{2} - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$

Hợp với $-2 \le m \le 2$ và $\Delta > 0$ thì $m \ge -2$.

Vậy chọn câu (b).

339. $y = x^3 - 3(a-1)x^2 + 3a(a-2)x + 4.$

$y' = 3x^2 - 6(a-1)x + 3a(a-2) = 3[x^2 - 2(a-1)x + a^2 - 2a].$

Phương trình y' = 0 luôn có hai nghiệm $x_1 = a - 2$; $x_2 = a$.

Để y' > 0 trên các đoạn [−2, −1] và [1, 2] thì :

$$\left[\begin{array}{l} a \le -2 \\ a - 2 \ge 2 \\ a - 2 = -1 \\ a = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \le -2 \\ a \ge 4 \\ a = 1 \end{array}\right.$$

Vậy chọn câu (d).

340. $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx + 2.$

$y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m.$

y' là tam thức bậc hai của x, có $\Delta' = 9 - 3m(m+2) = -3m^2 - 6m + 9$

Để y có cực đại, cực tiểu thì $\Delta' > 0$

$\Leftrightarrow -3m^2 - 6m + 9 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1.$

$\Rightarrow$ (a) sai.

341. $y = x^3 - (3m+1)x^2 + (m^2 + 3m + 2)x + 3$

$y' = 3x^2 - 2(3m+1)x + m^2 + 3m + 2 = g(x)$

Theo yêu cầu bài tập, hàm số đạt cực đại tại x_1, cực tiểu tại x_2 và $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow g(0) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1.$

Vậy chọn câu (c).

342. $y = x^3 - \frac{3}{2}mx^2 + \frac{m^3}{2}$

$y' = 3x^2 - 3mx.$

Tùy theo m > 0 hay m < 0, hai điểm cực trị của hàm số sẽ là $(m, 0)$ và $\left(0, \frac{m^3}{2}\right)$. Để hai điểm này đối xứng nhau qua đường phân giác

$$y = x \text{ thì } \frac{m^3}{2} = m \quad \Leftrightarrow \quad m = 0 \text{ hay } m = \pm\sqrt{2}$$

Loại m = 0 vì trong trường hợp này hàm $y = x^3$ không có cực đại, cực tiểu.

Vậy chọn câu (c).

343. $y = \dfrac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$

$$y' = \frac{2x^2 - 4mx + 2m}{(x - m)^2} = \frac{2(x^2 - 2mx + m)}{(x - m)^2}$$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì $\Delta' = m^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 0$ hay $m > 1$. Lúc này, gọi x_{CT}, $x_{CĐ}$ là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ thì :

$$|x_{CT} - x_{CĐ}| = 2\sqrt{m^2 - m}$$

$$y_{CT} = 4x_{CT - 3}; \qquad y_{CĐ} = 4x_{CĐ - 3}$$

$$\Rightarrow \quad |y_{CT} - y_{CĐ}| = 4|x_{CT} - x_{CĐ}| = 8\sqrt{m^2 - m}$$

Yêu cầu bài tập $|y_{CT} - y_{CĐ}| > 8\sqrt{2} \quad \Leftrightarrow \quad 4|x_{CT} - x_{CĐ}| > 8\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \quad 8\sqrt{m^2 - m} > 8\sqrt{2} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{m^2 - m} > \sqrt{2} \quad \Leftrightarrow \quad m^2 - m > 2$$

$$\Leftrightarrow \quad m^2 - m - 2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad m < -1 \text{ hay } m > 2.$$

Giá trị m = 1 không thỏa điều kiện này. (b) là chọn lựa sai.

Vậy chọn câu (b).

344. $y = \dfrac{x^3}{3} - mx^2 - x + m \quad \Rightarrow \quad y' = x^2 - 2mx - 1.$

Chia y cho y' :

$$\begin{array}{l|l}
\frac{x^3}{3} - mx^2 - x + m & x^2 - 2mx - 1 \\ \hline
\frac{x^3}{3} - \frac{2m}{3}x^2 - \frac{x}{3} & \frac{x}{3} - \frac{m}{3} \\ \cline{1-1}
0 - \frac{m}{3}x^2 - \frac{2x}{3} + m & \\
-\frac{m}{3}x^2 + \frac{2m^2}{3}x + \frac{m}{3} & \\ \cline{1-1}
0 - \frac{2}{3}(m^2 + 1)x + \frac{2m}{3} &
\end{array}$$

Qua phép chia : $y = \left(\frac{x}{3} - \frac{m}{3}\right).y' - \frac{2}{3}(m^2 + 1)x + \frac{2m}{3}$.

$\Rightarrow$ Hàm đạt cực đại tại $A(x_1, y_1)$ thì $y_1 = -\frac{2}{3}(m^2 + 1)x_1 + \frac{2m}{3}$

Hàm đạt cực tiểu tại $B(x_2, y_2)$ thì $y_2 = -\frac{2}{3}(m^2 + 1)x_2 + \frac{2m}{3}$

$\Rightarrow$ $y_1 - y_2 = -\frac{2}{3}(m^2 + 1)(x_1 - x_2)$ $\Rightarrow$ $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{2}{3}(m^2 + 1)$.

Vậy chọn câu (c).

345. $y = \dfrac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$

$y' = \dfrac{x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2}{(x - m)^2}$, $(x \neq m)$

$y' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2 = 0$

Phương trình này có $\Delta' = -m^2 + m + 2$.

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì $\Delta' > 0$

$\Leftrightarrow \quad -m^2 + m + 2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad m^2 - m - 2 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -1 < m < 2.$

$\Rightarrow$ (a) là kết quả chọn đúng.

346. $y = \dfrac{x^2 + 2mx + 2}{x + 1}$

$y' = \dfrac{x^2 + 2x + 2m - 2}{(x + 1)^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \quad x^2 + 2x + 2m = 0.$

Phương trình này có $\Delta' = 1 - 2m + 2 = 3 - 2m$.

Với $\frac{3}{2}$, phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = -2$, $x_1.x_2 = 2m - 2$.

$\frac{u'}{v'} = 2x + 2m \quad \Rightarrow \quad y_{\text{cực đại}} = 2x_1 + 2m;\ y_{\text{cực tiểu}} = 2x_2 + 2m.$

Hai điểm cực đại, cực tiểu là A, B thì : $A(x_1, 2x_1 + 2m)$; $B(x_2, 2x_2 + 2m)$

Khoảng cách từ A đến (d) :

$$|t_1| = \frac{|x_1 + y_1 + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{|x_1 + 2x_1 + 2m + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{|3x_1 + 2m + 2|}{\sqrt{2}}.$$

Tương tự, khoảng cách từ B đến đường thẳng $x + y + 2 = 0$:

$$|t_2| = \frac{|3x_2 + 2m + 2|}{\sqrt{2}}.$$

Thay $x_2 = -2 - x_1$ thì : $|t_2| = \dfrac{|3(-2 - x_1) + 2m + 2|}{\sqrt{2}} = \dfrac{|-3x_1 + 2m - 4|}{\sqrt{2}}$.

Để hai khoảng cách bằng nhau thì :

$$|3x_1 + 2m + 2| = |-3x_1 + 2m - 4|$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 3x_1 + 2m + 2 = -3x_1 + 2m - 4 & (1) \\ 3x_1 + 2m + 2 = 3x_1 - 2m + 4 & (2) \end{array}\right.$$

(1) loại vì cho $x_1 = -1$.

(2) cho $m = \dfrac{1}{2}$. Vậy chọn câu (c).

347. $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 4} = x - 1 + \dfrac{6}{x + 4} \Rightarrow$ (C) có tiệm cận đứng $x + 4 = 0$, tiệm cận xiên $y = x - 1$.

$$y' = \frac{x^2 + 8x + 10}{(x + 4)^2}.$$

- Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = -8$, $x_1.x_2 = 10$.
- Giao điểm của hai tiệm cận là tâm đối xứng của (C) : $I(-4, -5)$.
- Xét điểm $M\left(x_0, x_0 - 1 + \dfrac{6}{x_0 + 4}\right) \in (C)$.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng : $|t_1| = |x_0 + 4|$.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận xiên :

$$|t_2| = \frac{\left|x_0 - x_0 + 1 - \dfrac{6}{x_0 + 4} - 1\right|}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}|x_0 + 4|}$$

$$|t_1|.|t_2| = |x_0 + 4|.\frac{6}{\sqrt{2}|x_0 + 4|} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}.$$

$$\frac{u'}{v'} = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad y_{CĐ} = 2x_1 + 3,\ y_{CT} = 2x_2 + 3$$

$$\begin{aligned} y_{CĐ}.y_{CT} &= (2x_1 + 3)(2x_2 + 3) = 4x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) + 9 \\ &= 4.10 + 6.(-8) + 9 = 1. \end{aligned}$$

(a), (b), (c) đều đúng. Chỉ có (d) sai.

(Phương pháp tiếp tuyến tại $A(-1, 0)$: $y'_{-1} = \dfrac{1 - 8 + 10}{(-1 + 4)^2} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$.

$$y = \frac{1}{3}(x + 1) \quad \Leftrightarrow \quad x - 3y + 1 = 0).$$

Chủ đề 11 : TÍNH LỒI LÕM VÀ ĐIỂM UỐN CỦA ĐỒ THỊ

348. $y = 2x^2 + 16\cos x - \cos 2x$

$y' = 4x - 16\sin x + 2\sin 2x$

$y'' = 4 - 16\cos x + 4\cos 2x = 4(1 - 4\cos x + \cos 2x)$

$= 4(2\cos^2 x - 4\cos x)$

$y'' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. Vậy chọn (c).

349. $y = x^3 + 3mx^2 + (m + 2)x - m + 2$

$y' = 3x^2 + 6mx + (m + 2)$

$y'' = 6x + 6m$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -m$

Tung độ điểm uốn $y_{\text{uốn}} = (-m)^3 + 3m(-m)^2 + (m + 2).m - m + 2$

$= 2m^3 - m^2 - 3m + 2$

Điểm uốn nằm trên trục hoành khi :

$2m^3 - m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow (m - 1)(2m^2 + m - 2) = 0$

$\Leftrightarrow m = 1 ; m = \dfrac{-1 - \sqrt{17}}{4} ; m = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{4}$

Vậy chọn (a).

350. $y = ax^3 + bx^2 + x + 1 \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + 1$

$y'' = 6ax + 2b$

I(1, –2) là điểm uốn nên :

$$\begin{cases} a.1^3 + b.1^2 + 1 + 1 = -2 \\ 6a.1 + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -4 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -6 \end{cases}.$$

Vậy chọn (b).

351 $y = \dfrac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$

$\Rightarrow y' = \dfrac{(x^2 - x + 1).3(x+1)^2 - (x+1)^3(2x - 1)}{(x^2 - x + 1)^2} = \dfrac{(x+1)^2(x-2)^2}{(x^2 - x + 1)^2}$

$y'' = 2\dfrac{(x+1)(x-2)}{(x^2 - x + 1)} \times \dfrac{3(2x - 1)}{(x^2 - x + 1)^2} = \dfrac{6(x+1)(x-2)(2x-1)}{(x^2 - x + 1)^3}$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1 ; x = 2 ; x = \dfrac{1}{2}$.

$x = -1 \Rightarrow y = 0 ; x = 2 \Rightarrow y = 9 ; x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = \dfrac{9}{2}$

Các điểm uốn là (–1, 0) ; (2, 9) ; $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{9}{2}\right)$. Vậy chọn (a).

352. $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x + 1} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{-2x^2 - 2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$

$$y'' = \frac{(x^2 + x + 1)^2(-4x - 2) + (2x^2 + 2x - 1)2(x^2 + x + 1)(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^4}$$

$$= \frac{(2x + 1)(x^2 + x + 1)[-2x^2 - 2x - 2 + 4x^2 + 4x - 2]}{(x^2 + x + 1)^4}$$

$$= \frac{(2x + 1)(2x^2 + 2x - 4)}{(x^2 + x + 1)^3}$$

$y'' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (2x + 1)(2x^2 + 2x - 4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\dfrac{1}{2},\ x = 1,\ x = -2$

$x = -\dfrac{1}{2} \ \Rightarrow \ y = -\dfrac{1}{3}\ ;\ x = 1 \ \Rightarrow \ y = 2\ ;\ x = -2 \ \Rightarrow \ y = 0$

Ba điểm uốn là $\left(-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{3}\right)$; (1, 2) ; (-2, 0). Vậy chọn (c).

353. $y = \dfrac{x - 1}{x^2 + 1} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{-x^2 + 2x + 1}{(x^2 + 1)^2}$

$$y'' = \frac{(x^2 + 1)^2(-2x + 2) + (x^2 - 2x - 1)2(x^2 + 1).2x}{(x^2 + 1)^4}$$

$$= \frac{2(x^2 + 1)[(x^2 + 1)(-x + 1) + 2x(x^2 - 2x - 1)]}{(x^2 + 1)^4} = \frac{2(x^3 - 3x^2 - 3x + 1)}{(x^2 + 1)^3}$$

$y'' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (x + 1).(x^2 - 4x + 1) = 0$: có 3 nghiệm phân biệt.

$x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - 3x^2 - 2x = x - 1$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 + 1} = \dfrac{x - 1}{x^2 + 1} \quad \Leftrightarrow \quad x - 3 - 3\dfrac{(x - 1)}{x^2 + 1} = \dfrac{x - 1}{x^2 + 1}$

$\Leftrightarrow \quad x - 3 - 4y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x - 4y - 3 = 0.$

Tọa độ 3 điểm uốn thỏa phương trình đường thẳng này. Vì vậy chọn (b).

354. $y = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 1} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{-2x^2 - 2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$

$$y'' = \frac{(x^2 + x + 1)^2(-4x - 2) + (2x^2 + 2x - 1)2(x^2 + x + 1)(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^4}$$

$$= \frac{(x^2 + x + 1)[2x + 1][-2x^2 - 2x - 2 + 4x^2 + 4x - 2]}{(x^2 + x + 1)^4} = \frac{4x^3 + 6x^2 - 6x - 4}{(x^2 + x + 1)^3}$$

$y'' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (2x + 1)(x^2 + x - 2) = 0$: có 3 nghiệm phân biệt.

$2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x^3 + 3x^2 - x - 1 = 2x + 1$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2x^3 + 3x^2 - x - 1}{x^2 + x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x + 1 - 2\frac{2x + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$$

$\Leftrightarrow \quad 2x + 1 - 2y = y \quad \Leftrightarrow \quad 2x - 3y + 1 = 0.$

Tọa độ các điểm uốn thỏa phương trình này, nên chúng đều nằm trên đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.

Vậy chọn (a).

355. $y = \dfrac{x - 2}{x^2 - x + 1} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{-x^2 + 4x - 1}{(x^2 - x + 1)^2}$

$$y'' = \frac{(x^2 - x + 1)^2(-2x + 4) + (x^2 - 4x + 1)2(x^2 - x + 1)(2x - 1)}{(x^2 - x + 1)^4}$$

$$= \frac{2(x^2 - x + 1)[(x^2 - x + 1)(-x + 2) + (x^2 - 4x + 1)(2x - 1)]}{(x^2 - x + 1)^4}$$

$$= \frac{2(x^3 - 6x^2 + 3x + 1)}{(x^2 - x + 1)^3}$$

$y'' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0.$

Phương trình này có 3 nghiệm phân biệt vì :

- Nếu coi $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 1$ thì $y' = 3x^2 - 12x + 3$, phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 4$, $x_1.x_2 = 1$.
- Viết lại $y = \left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{2}{3}\right)y' - 6x + 3$ thì : $y_{CĐ} = -6x_1 + 3$; $y_{CT} = -6x_2 + 3$

$$y_{CĐ}.y_{CT} = 36x_1x_2 - 18(x_1 + x_2) + 9 = 36 - 72 + 9 = -27 < 0$$

$x^3 - 6x^3 + 3x + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - 6x^2 + 4x - 1 = x - 2$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x^3 - 6x^2 + 4x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{x - 2}{x^2 - x + 1}$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 5 - 2.\frac{x - 2}{x^2 - x + 1} = \frac{x - 2}{x^2 - x + 1}$$

$\Leftrightarrow \quad x - 5 - 2y = y \quad \Leftrightarrow \quad x - 3y - 5 = 0$

Các điểm uốn đều nằm trên đường thẳng $x - 3y - 5 = 0$. Vậy chọn (c).

356. $y = e^{-x^2+2x+3} \quad \Rightarrow \quad y' = (-2x + 2).e^{-x^2+2x+3}$

$y'' = -2.e^{-x^2+2x+3} + (-2x + 2)^2.e^{-x^2+2x+3} = e^{-x^2+2x+3}(4(x - 1)^2 - 2)$

y'' = 0 và đổi dấu khi :

$$4(x-1)^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x - 1 = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$

Vậy chọn (a).

357. $y = x^3 - 3mx^2 + (m+2)x + 2m + 3$

$y' = 3x^2 - 6mx + m + 2$

$y'' = 6x - 6m \Rightarrow$ Điểm uốn $I(m, -2m^3 + m^2 + 4m + 3)$

$I \in y = 2x^2 \Leftrightarrow -2m^3 + m^2 + 4m + 3 = 2m^2$

$\Leftrightarrow 2m^3 + m^2 - 4m - 3 = 0 \Leftrightarrow (m+1)^2(2m-3) = 0$

$\Leftrightarrow m = -1 \vee m = \frac{3}{2}$. Vậy chọn (b).

358. $y = ax^3 + bx^2 \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx \Rightarrow y'' = 6ax + 2b$.

Đồ thị nhận I(−1, −2) làm điểm uốn

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 = a(-1)^3 + b(-1)^2 \\ y''_{-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = -2 & (1) \\ -6a + 2b = 0 & (2) \end{cases}$$

Hệ (1), (2) cho a = −1, b = −3. Vậy chọn câu (b).

359. $y = x^4 + 2bx^2 + 4$

$y' = 4x^3 + 4bx \Rightarrow y'' = 12x^2 + 4b = 4(3x^2 + b)$.

Để (C) không có điểm uốn thì phương trình y'' = 0 vô nghiệm.

$y'' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + b = 0$. Phương trình này vô nghiệm khi $b > 0$.

Vậy chọn câu (b).

Chủ đề 12 : TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ

360. Đồ thị $y = \dfrac{x}{x^2 + x + 2}$ không có tiệm cận đứng. (c) sai. Vậy chọn (c).

361. $y = \dfrac{4x^3 + 1}{x^2 - x + 2} = 4x + 4 - \dfrac{4x + 7}{x^2 - x + 2}$

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{4x + 7}{x^2 - x + 2} = 0 \Rightarrow y = 4x + 4$ là tiệm cận xiên của (C).

Vậy chọn (b).

362. $y = \dfrac{x + 2}{x^2 - 4x + m}$

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x + 2}{x^2 - 4x + m} = 0$: y = 0 luôn là tiệm cận ngang của (C).

Xét tam thức $x^2 - 4x + m$ có $\Delta' = 4 - m$

Chỉ khi $m < 4$, $x^2 - 4x + m = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2.

$$\lim_{x\to x_1}\frac{x+2}{x^2-4x+m}=\lim_{x\to x_2}\frac{x+2}{x^2-4x+m}=\infty$$: (C) có 2 tiệm cận đứng.

(c) là kết luận sai. Vậy chọn (c).

363. $y=\dfrac{x^3+1}{x^2-mx+1}$. Xét tam thức x^2-mx+1 có $\Delta=m^2-4$

Khi $m<-2$ hay $m>2$, tam thức x^2-mx+1 có 2 nghiệm x_1, x_2, (C) có đủ hai tiệm cận đứng : (b) là câu đúng. Vậy chọn (b).

364. $y=\dfrac{ax^2+3ax+2a+1}{x+2}=ax+a+\dfrac{1}{x+2}$. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$

$\Rightarrow$ $y=ax+a$ là tiệm cận xiên. Dễ thấy $x=-1$, $y=0$ là điểm cố định mà mọi tiệm cận xiên của (C) đều qua. Vậy chọn (c).

365. $y=\dfrac{x^2+2mx+1}{x-1}=x+2m+1+\dfrac{2m+2}{x-1}$

$\Rightarrow$ tiệm cận xiên của (C) : $y=x+2m+1$.

Giao điểm của tiệm cận xiên với trục Ox : $A(-(2m+1), 0)$, với Oy : $B(0, 2m+1)$.

Diện tích tam giác OAB :

$$S=\frac{1}{2}(2m+1)^2=\frac{9}{2}\Leftrightarrow\quad 2m+1=\pm3\quad\Leftrightarrow\quad m=1 \text{ hay } m=-2.$$

Vậy chọn (b).

366. $y=\dfrac{mx^2+3x+m}{x-1}=mx+m+3+\dfrac{2m+3}{x-1}$.

Tiệm cận xiên của (C) : $y=mx+m+3$.

Giao điểm của tiệm cận xiên với Ox: $A\left(\dfrac{-(m+3)}{m}, 0\right)$, với Oy: $B(0, m+3)$.

$$S_{OAB}=\frac{1}{2}\frac{(m+3)^2}{|m|}=6\quad\Leftrightarrow\quad m^2+6m+9=12|m|$$

- $m>0$ thì $m=3$
- $m<0$ thì $m=-9\pm6\sqrt{2}$.

Vậy chọn (a).

367. $y=\dfrac{x^2+2x.\cos\alpha+1}{x+2\sin\alpha}=x+2(\cos\alpha-\sin\alpha)+\dfrac{4\sin^2\alpha-2\sin2\alpha}{x+2\sin\alpha}$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của (C_α) là $y=x+2(\cos\alpha-\sin\alpha)$

Tiệm cận xiên qua $(0, \sqrt{2})$ $\Leftrightarrow$ $\sqrt{2}=2(\cos\alpha-\sin\alpha)$

$$\Leftrightarrow\quad -\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\quad\Leftrightarrow\quad\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\alpha - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \alpha - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{6} + h2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\alpha = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ \alpha = \frac{17\pi}{12} + h2\pi\end{array}\right.$$

do $\alpha \in (0, 2\pi)$ nên chon $\alpha = \frac{\pi}{12}$, $\alpha = \frac{17\pi}{12}$. Vậy (d) đúng.

368. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang : $y - 2 = 0$; tiệm cận đứng : $x + 1 = 0$

$$y = \frac{2x-1}{x+1} = 2 - \frac{3}{x+1} \quad \Rightarrow \quad M\left(x_o, 2 - \frac{3}{x+1}\right) \in (H)$$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng : $|t_1| = |x_o + 1|$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang : $|t_2| = \left|2 - \frac{3}{x_o + 1} - 2\right| = \frac{3}{|x_o + 1|}$

$$\Rightarrow \quad |t_1|.|t_2| = |x_o + 1|.\frac{3}{|x_o + 1|} = 3. \text{ Vậy chọn (b).}$$

369. $y = \frac{2x+2}{x-1} = 2 + \frac{4}{x-1} \quad \Rightarrow \quad M\left(x_o, 2 + \frac{4}{x_o - 1}\right) \in (H)$

Tiệm cận đứng : $x - 1 = 0$, tiệm cận ngang $y - 2 = 0$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng $|t_1| = |x_o - 1|$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang

$$|t_2| = |y_o - 2| = \left|2 + \frac{4}{x_o - 1} - 2\right| = \frac{4}{|x_o - 1|}$$

$$|t_1| + |t_2| = |x_o - 1| + \frac{4}{|x_o - 1|} \geq 2.\sqrt{|x_o - 1|.\frac{4}{|x_o - 1|}} = 4$$

$$\Rightarrow \quad |t_1| + |t_2| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất} = 4 \text{ khi } |x_o - 1| = \frac{4}{|x_o - 1}$$

$$\Leftrightarrow \quad (x_o - 1)^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x_o = 3 \text{ hay } x_o = -1$$

$x_o = 3 \quad \Rightarrow \quad y_o = 4$. Điểm cần tìm là M(3, 4). Vậy chọn (a).

370. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 3} = x + \frac{2}{x + 3} \quad \Rightarrow \quad M\left(x_o, x_o + \frac{2}{x_o + 3}\right) \in$ (C.

Tiệm cận đứng của (C) : $x + 3 = 0$

Tiệm cận xiên : $y = x \quad \Leftrightarrow \quad x - y = 0$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng : $|t_1| = |x_o + 3|$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận xiên :

$$|t_2| = \left|x_o - x_o - \frac{2}{x_o + 3}\right|.\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{|x_o + 3|}.\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{|x_o + 3|}$$

$$|t_1|.|t_2| = |x_o + 3|\frac{\sqrt{2}}{|x_o + 3|} = \sqrt{2}$$ Vậy chọn (a).

371. $y = \dfrac{2m^2x + (2m - m^3)x + 2 - m^2}{mx + 1} = 2mx - m^2 + \dfrac{2}{mx + 1}$

$\Rightarrow$ (C_m) có tiệm cận xiên : $y = 2mx - m^2$ (*)

(*) $\Leftrightarrow$ $m^2 - 2mx + y = 0$: xem đây là 1 tam thức bậc hai của m. Tam thức này có $\Delta' = x^2 - y$, nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow y = x^2$ thì phương trình (*) có nghiệm kép $\forall m \neq 0 \Rightarrow (C_m)$ có tiệm cận xiên luôn tiếp xúc với parabol cố định $y = x^2$. Vậy chọn (a).

372. $y = \dfrac{4(m + 1)x^2 - 4mx - m^3 + m^2 - 2}{2x - m} = 2(m + 1)x + m^2 - m - \dfrac{2}{2x - m}$

$\Rightarrow$ (C_m) có tiệm cận xiên : $y = 2(m + 1)x + m^2 - m$ (*)

(*) $\Leftrightarrow$ $m^2 + (2x - 1)m + 2x - y = 0$. Phương trình bậc hai theo m này có

$\Delta = (2x - 1)^2 - 4(2x - y) = 4x^2 - 4x + 1 - 8x + 4y$.

$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 1 + 4y$.

Để (*) có nghiệm kép thì : $4x^2 - 12x + 1 + 4y = 0$

$$\Leftrightarrow \quad 4y = -4x^2 + 12x - 1 \quad \Leftrightarrow \quad y = -x^3 + 3x - \frac{1}{4}.$$

Vậy chọn (b).

373. $y = \dfrac{x^2 \cos\alpha + x + \sin^2\alpha \cos\alpha + \sin\alpha}{x + \cos\alpha} = x.\cos\alpha + \sin^2\alpha + \dfrac{\sin\alpha}{x + \cos\alpha}$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của (C_α) là $y = x\cos\alpha + \sin^2\alpha$ (*)

(*) có thể viết : $y = x.\cos\alpha + 1 - \cos^2\alpha \Leftrightarrow \cos^2\alpha - x\cos\alpha + y - 1 = 0$

Coi đây là phương trình bậc hai của $\cos\alpha$, phương trình này có :

$\Delta = x^2 - 4(y - 1)$

Để phương trình có nghiệm kép thì :

$$\Delta = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4y + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{x^2}{4} + 1$$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của (C_α) luôn tiếp xúc với parabol $y = \dfrac{x^2}{4} + 1$

Vậy chọn (a).

374. Xét mẫu số của hàm số : $x^2 + 4x - m$: đây là một tam thức bậc hai của x có $\Delta' = 4 + m$.

- Nếu $\Delta' < 0$: $m < -4$. Hàm số xác định trên R, không có tiệm cận đứng, chỉ có một tiệm cận ngang $y = 0$ vì $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x - 3}{x^2 + 4x - m} = 0$.

- Nếu m = –4, $y = \frac{5x-3}{(x2)^2}$: đồ thị có một tiệm cận đứng x + 2 = 0, một tiệm cận ngang y = 0.
- Nếu m > –4 : tam thức ở mẫu có hai nghiệm x_1, x_2 : $x = x_1$, $x = x_2$ là hai tiệm cận đứng. Một tiệm cận ngang là y = 0.
- Các giải đáp trên cho thấy (d) là kết luận sai.

375. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1} = x + \frac{1}{x+1}$.

$M\left(x_0, x_0 + \frac{1}{x_0+1}\right) \in (C)$ và I(–1, –1) là tâm đối xứng của (C).

$$IM^2 = (x_0+1)^2 + \left(x_0 + 1 + \frac{1}{x_0+1}\right)^2 = 2(x_0+1)^2 + \frac{1}{(x_0+1)^2} + 2 \geq 2\sqrt{2} + 2$$

$\Rightarrow$ IM ngắn nhất khi $\sqrt{2}(x_0+1) = \frac{1}{x_0+1} \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow x_0 + 1 = \pm\frac{1}{\sqrt[4]{2}} \Rightarrow x_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} - 1$. Do M ở nhánh phía bên phải của tiệm cận đứng ($x_0 > -1$). Vậy chọn câu (b).

376. $y = \frac{2x^2+x+3}{x+1} = 2x - 1 + \frac{4}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to\infty} y = 2x - 1$: y = 2x – 1 là tiệm cận xiên của (C).

Tiệm cận xiên y = 2x – 1 cắt trục Oy tại A(0, –1), trục Ox tại $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ tạo thành tam giác vuông OAB có OA = 1, $OB = \frac{1}{2}$ và

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Chu vi tam giác OAB = OA + OB + AB = $1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Vậy chọn câu (c).

Chủ đề 13 : ĐỒ THỊ – CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI. TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ

377. $y = |x|^3 - 3|x|$ là một hàm số chẵn : đồ thị tự đối xứng qua trục Oy. Hãy vẽ $y = x^3 - 3x$ phần ứng với $x \geq 0$, rồi lấy đối xứng qua Oy, trên hình vẽ, đó là hình (c).

Vậy chọn (c).

378. $y = \dfrac{|2x-1|}{x+1} = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{x+1} & \text{nếu } x \ge \dfrac{1}{2} \\ -\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right) & \text{nếu } x \le \dfrac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đồ thị $y = \dfrac{|2x-1|}{x+1}$ được vẽ như sau :

- Với $x \ge \dfrac{1}{2}$: ta giữ nguyên đồ thị (H).
- Với $x \le \dfrac{1}{2}$, ta lấy phần đối xứng của (H) qua trục hoành.

Vậy (c) là hình vẽ của đồ thị $y = \dfrac{|2x-1|}{x+1}$. Ta chọn (c).

379. $y = \dfrac{x^2+x+1}{|x+1|} = \begin{cases} \dfrac{x^2+x+1}{x+1} & \text{nếu } x > -1 \\ -\left(\dfrac{x^2+x+1}{x+1}\right) & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đồ thị $y = \dfrac{x^2+x+1}{|x+1|}$ được vẽ như sau :

+ $x > -1$: bên phải tiệm cận đứng, ta giữ nguyên (C)

+ $x < -1$: bên trái tiệm cận đứng, ta lấy phần đối xứng của (C) qua trục hoành. Vậy đây là hình (b). Ta chọn (b).

380. Xét phép đổi trục bằng tịnh tiến $\begin{cases} x = x_0 + X \\ y = y_0 + Y \end{cases}$.

Công thức của hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$ trong hệ trục mới là :

$$y_0 + Y = (X + x_0)^3 + 6(X + x_0)^2 + 9(X + x_0) + 2$$

$$\Leftrightarrow \quad Y = x^3 + 3(x_0 + 2)X^2 + 3(x_0^2 + 4x_0 + 3)X + x_0^3 + 6x_0^2 + 9x_0 + 2 - y_0.$$

Nếu (C') là hình tịnh tiến của (C) thì :

$$\begin{cases} 3(x_0 + 2) = 3 & (1) \\ x_0^2 + 4x_0 + 3 = 0 & (2) \\ x_0^3 + 6x_0^2 + 9x_0 + 2 - y_0 = 0 & (3) \end{cases}$$

Hệ (1), (2), (3) cho nghiệm $x_0 = -1$, $y_0 = -2$.

$\Rightarrow$ (C') là hình tịnh tiến của (C) theo vectơ $\overrightarrow{OI}$, với I(–1, –2).

Vậy chọn (c).

381. Xét phép đổi trục $\begin{cases} x = x_0 + X \\ y = y_0 + Y \end{cases}$.

Trong hệ trục mới, công thức của (C') trở thành :

$$y_o + Y = \frac{(X + x_0)^2 - 3(X + x_0) + 1}{X + x_0} = \frac{X^2 + (2x_0 - 3)X + X_0^2 - 3x_0 + 1}{X + x_0}$$

$$\Leftrightarrow \quad Y = \frac{X^2 + (2x_0 - 3 - y_0)X + x_0^2 - 3x_0 + 1 - y_0x_0}{X + x_0}$$

Nếu (C') là hình tịnh tiến của (C), ta phải có :

$$\frac{X^2 + (2x_0 - 3 - y_0)X + x_0^2 - 3x_0 + 1 - y_0x_0}{X + x_0} = \frac{X^2 + 2X + 2}{X + 1}$$

$$\Leftrightarrow X^3 + (2x_0 - 2 - y_0)X^2 + (x_0^2 - x_0 - x_0y_0 - y_0 - 2)X + x_0^2 - 3x_0 + 1 - x_0y_0$$

$$\equiv X^3 + (x_0 + 2)X^2 + (2x_0 + 2)X + 2x_0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 2 - y_0 = x_0 + 2 & (1) \\ x_0^2 - x_0 - x_0y_0 - y_0 - 2 = 2x_0 + 2 & (2) \\ x_0^2 - 3x_0 + 1 - x_0y_0 = 2x_0 & (3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - y_0 = 4 & (1) \\ x_0^2 - 3x_0 + 1 - x_0(x_0 - 4) = 2x_0 & (3) \\ x_0^2 - x_0 - x_0y_0 - y_0 - 2 = 2x_0 + 2 & (2) \end{cases}$$

(1) và (3) cho nghiệm $x_0 = 1$, $y_0 = -3$ thỏa (2).

$\Rightarrow$ I(1, –3). Vậy chọn (b).

382. (d) có phương trình $y = k(x - 1) - 1$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$\frac{x^2}{4} - x + 2 = kx - k - 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x^2}{4} - (k + 1)x + k + 3 = 0$$

$$\Delta = k^2 + 2k + 1 - k - 3 = k^2 + k - 2.$$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì $\Delta > 0$

$\Leftrightarrow \quad k^2 + k - 2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad k < -2$ hay $k > 1$. Vậy chọn (b).

383. Phương trình của đường thẳng (d) : $y = k(x + 1) - 2$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) :

$$x^3 - 3x^2 + 2 = kx + k - 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - 3x^2 - kx + 4 - k = 0 \qquad (*)$$

Do điểm M(–1, 2) $\in$ (C) nên (*) có một nghiệm biết trước là $x = -1$

$$(*) \Leftrightarrow \quad (x + 1)(x^2 - 4x + 4 - k) = 0 \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x + 1 = 0 & (1) \\ x^2 - 4x + 4 - k = 0 & (2) \end{array}\right.$$

Gọi $f(x) = x^2 - 4x + 4 - k$, $\quad \Delta' = 4 - 4 + k = k$.

Để (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì (2) có 2 nghiệm phân biệt $\neq -1$. Vậy điều kiện chung là :

$$\begin{cases} k > 0 \\ f(-1) = 1 + 4 + 4 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad k > 0 \text{ và } k \neq 9. \text{ Vậy chọn (a).}$$

384. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (H) :

$$\frac{x-4}{x-2} = kx - 2 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \neq 2 \\ x - 4 = kx^2 - 2kx - 2x + 4 \quad (*) \end{cases}$$

$(*) \Leftrightarrow kx^2 - (2k + 3)x + 8 = 0$ ($x = 2$ không là nghiệm của phương trình này).

Để (d) có hai giao điểm với (H) thì : $\Delta = 4k^2 - 20k + 9 > 0$ và $k \neq 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k < \frac{1}{2}, k \neq 0 \\ k > \frac{9}{2} \end{array}\right. \qquad \text{Vậy chọn (c).}$$

385. Xét phương trình : $\frac{2x-1}{x+1} = -x + m \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x - 1 = -x^2 - x + mx + m \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - (m - 3)x - m + 1) = 0 \end{cases}$$

$x = -1$ không phải là nghiệm của phương trình :

$$x^2 - (m - 3)x - (m + 1) = 0$$

vì $\quad (-1)^2 - (m - 3)(-1) - m - 1 = -3 \neq 0.$

Phương trình này có : $\Delta = m^2 - 6m + 9 + 4m + 4 = m^2 - 2m + 13 > 0$ $\forall m$, nên luôn có hai nghiệm phân biệt :

$$x_P, x_Q \quad \text{và} \quad x_Q - x_P = \sqrt{m^2 - 2m + 13}$$

$$y_Q = -x_Q + m, \qquad y_P = -x_P + m \quad \Rightarrow \quad y_Q - y_P = -(x_Q - x_P)$$

$$PQ = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2} = \sqrt{2(x_Q - x_P)^2} = \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$$

$\Rightarrow$ PQ ngắn nhất khi $m^2 - 2m + 13$ nhỏ nhất.

$m^2 - 2m + 13 = m^2 - 2m + 1 + 12 = (m - 1)^2 + 12 \geq 12$

$\Rightarrow$ $m^2 - 2m + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất = 12 khi $m = 1$

$\Rightarrow$ PQ ngắn nhất khi $m = 1$.

Vậy chọn (b).

386. $y = (4 - x)(1 - x)^2 = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4 \Rightarrow$ (C) cắt Oy tại (0, 4). Đườn thẳng (d) có phương trình $y = kx + 4$

Xét phương trình :

$$-x^3 + 6x^2 - 9x + 4 = kx + 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - 6x^2 + 9x + kx = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x(x^2 - 6x + 9 + k) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 6x + 9 + k = 0 \quad (*) \end{array}\right.$$

Để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì (*) có 2 nghiệm phân biệt $\neq 0$

(*) có $\Delta = 9 - 9 - k = -k$

$f(x) = x^2 - 6x + 9 + k$ thì $f(0) = 9 + k$

$$\begin{cases} -k > 0 \\ 9 + k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 0 \\ k \neq -9 \end{cases}$$ Vậy chọn (a).

387. $y = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{1-m}{2}x^2 - mx + \dfrac{2m}{3} \quad \Rightarrow \quad y' = x^2 + (1-m)x - m$

$y' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1$ hay $x = m$.

$f(-1) = \dfrac{7m+1}{6}$; $f(m) = \dfrac{-m(m^2 + 3m - 4)}{6}$

$y_{\text{cực đại}}.y_{\text{cực tiểu}} = f(-1).f(m) = \dfrac{-m(7m+1)(m^2 + 3m - 4)}{36}$

(C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi :

$-m(7m + 1)(m^2 + 3m - 4) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad (7m^2 + m)(m^2 + 3m - 4) > 0$

m		-4		$-\frac{1}{7}$		0		1	
$7m^2 + m$	+		+	0	−	0	+		+
$m^2 + 3m - 4$	+	0	−		−		−	0	+
Vế trái	+	0	−	0	+	0	−	0	+

Bảng dấu bên cho biết các giá trị cần tìm của m là :

$m < -4$ hay $-\dfrac{1}{7} < m < 0$ hay $m > 1$. Vậy chọn (a).

388. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = ax + 1$: (d)

$$\frac{2x^2 - 2x - 2}{x - 1} = ax + 1 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2 - 2x - 2 = ax^2 - ax + x - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \neq 1 \\ (a-2)x^2 - (a-3)x + 1 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Đặt $g(x) = (a - 2)x^2 - (a - 3)x + 1$

Để (d) cắt (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của (C) thì :

$$\begin{cases} a - 2 \neq 0 \\ (a-2).f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad (a-2).2 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad a < 2$$

Vậy chọn (d).

389. Xét phương trình hoành độ giao điểm :

$$\frac{-x^2 + x + a}{x + a} = x - 1 \Rightarrow \quad -x^2 + x + a = x^2 + ax - x - a$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x^2 + (a - 2)x - 2a = 0$$

Gọi hoành độ hai giao điểm là x_1, x_2 thì : $x_1 + x_2 = \frac{2 - a}{2}$, $x_1.x_2 = -a$

Tung độ hai giao điểm là y_1, y_2 thì : $y_1 = x_1 - 1$, $y_2 = x_2 - 1$

$$y_1 + y_2 = x_1 + x_2 - 2 = \frac{2 - a}{2} - 2 = -\frac{a}{2} - 1 \qquad (1)$$

$$y_1.y_2 = x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = -a - \frac{2 - a}{2} = 1 = -\frac{a}{2} \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \quad y_1 + y_2 - y_1y_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad y_1 + y_2 - y_1y_2 + 1 = 0$$

Vậy chọn (c).

390. $y = x^3 - 3x^2 + 4x + 4$. Gọi $I(x_0, y_0)$ và xét phép đối trục bằng tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{OI}$: $\begin{cases} x = x_0 + X \\ y = y_0 + Y \end{cases}$

Qua phép đối trục này, trong hệ trục mới IXY, ta được hàm số $Y = F(X)$ mà :

$$\begin{aligned} y_0 + Y &= (x_0 + X)^3 - 3(x_0 + X)^2 + 4(x_0 + X) + 4 \\ &= X^3 + 3X^2x_0 + 3Xx_0^2 + x_0^3 - 3X^2 - 6x_0X - 3x_0^2 + 4x + 4x_0 + 4 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow y = X^3 + 3(x_0 - 1)X^2 + (3x_0^2 - 6x_0 + 4)X + x_0^3 - 3x_0^2 + 4x_0 + 4 - y_0$$

Để có được $Y = X^3 + X$ thì : $\begin{cases} 3(x_0 - 1) = 0 \\ 3x_0^2 - 6x_0 + 4 = 1 \\ x_0^3 - 3x_0^2 + 4x + 4 = y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 6 \end{cases}$.

Đây là tọa độ của I_4. Vậy chọn câu (d).

391. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$. Gọi $I(x_0, y_0)$ và xét phép đối trục : $\begin{cases} x = x_0 + X \\ y = y_0 + Y \end{cases}$

Công thức của hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$ trong hệ trục IXY :

$$\begin{aligned} y_0 + Y &= (X + x_0)^3 + 6(X + x_0)^2 + 9(X + x_0) + 2 \\ &= X^3 + 3X^2x_0 + 3Xx_0^2 + x_0^3 + 6X^2 + 12Xx_0 + 6x_0^2 + 9X + 9x_0 + 2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow Y = X^3 + 3(x_0 + 2)X^2 + (3x_0^2 + 12x_0 + 9)X + x_0^3 + 6x_0^2 + 9x_0 + 2 - y_0.$$

Đồng nhất với $Y = X^3 + 3X^2$ được : $\begin{cases} 3(x_0 + 2) = 3 \\ 3x_0^2 + 12x_0 + 9 = 0 \\ x_0^3 + 6x_0^2 + 9x_1 + 2 = y_0 \end{cases}$

Hệ này cho nghiệm $\begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -2 \end{cases} \Rightarrow$ I(–1, –2). Vậy chọn câu (c).

392. $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. Gọi $I(x_0, y_0)$ và xét phép đối trục $\begin{cases} x = x_0 + X \\ y = y_0 + Y \end{cases}$

Qua phép đối trục này hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ trở thành :

$$y_0 + Y = \frac{(X + x_0)^2 + 2(X + x_0) + 2}{X + x_0 + 1} = \frac{X^2 + 2x_0X + x_0^2 + 2X + 2x_0 + 2}{X + x_0 + 1}$$

$$\Leftrightarrow Y = \frac{X^2 + (2x_0 - y_0 + 2)X + x_0^2 + 2x_0 + 2 - y_0x_0 - y_0}{X + x_0 + 1}.$$

Đồng nhất với $Y = X + \dfrac{1}{X} - 3 = \dfrac{X^2 - 3X + 1}{X}$ được :

$$\begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ 2x_0 - y_0 + 2 = -3 \\ x_0^2 + 2x_0 + 2 - x_0y_0 - y_0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ I(–1, 3) là điểm được chọn. Vậy chọn câu (a).

393. $y = x^4 + 4ax^3 - 2x^2 - 12ax$.

Giả sử (C_a) có trục đối xứng song song với Oy là đường thẳng $x = x_0$ $(x_0 \neq 0)$. Xét phép dời trục tọa độ : $\begin{cases} x = x_0 + X \\ y = Y \end{cases}$

Qua phép đối trục này, hàm số đã cho có công thức mới là :

$$Y = (X + x_0)^4 + 4a(X + x_0)^3 - 2(X + x_0)^2 - 12a(X + x_0)$$
$$= X^4 + 4(x_0 + a)X^3 + (6x_0^2 + 12ax_0 - 2)X^2 + 4(x_0^3 + 3ax_0^2 - 3a - x_0)X$$
$$+ x_0^4 + 4ax_0^3 - 2x_0^2 - 12ax_0.$$

Trong hệ trục IXY, để có trục đối xứng thì hàm số này phải là một hàm số chẵn. Như thế thì :

$$\begin{cases} 4(x_0 + a) = 0 \\ x_0^3 + 3ax_0^2 - 3a - x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -a \\ (-a)^3 + 3a(-a)^2 - 3a - (-a) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -a \\ -a^3 + 3a^3 - 3a + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -a \\ 2a^3 - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -a \\ a = 0 \text{ hay } a = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy chọn câu (a).

394. $y = x^3 + ax^2 - 4 \quad \Rightarrow \quad y' = 3x^2 + 2ax$

$y' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$ hay $x = \dfrac{-2a}{3}$.

$f(0) = -4, \quad f\left(-\dfrac{2a}{3}\right) = \dfrac{4a^3}{27} - 4$

Tùy theo a > 0 hay a < 0, ta cũng có $y_{CĐ}.y_{CT} = -4\left(\dfrac{4a^3}{27} - 4\right)$.

Để (C_a) chỉ cắt Ox tại một điểm duy nhất thì :

$$-4\left(\frac{4a^3}{27} - 4\right) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4a^3}{27} - 4 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad a^3 < 27 \quad \Leftrightarrow \quad a < 3.$$

Vậy chọn câu (c).

395. $y = 2x + 5 + \dfrac{10}{x-2} = \dfrac{2x^2 + x}{x-2}$ (C).

$y = kx + 2$ (d).

Tương giao của (C) và (d) được xét bởi phương trình :

$$\frac{2x^2 + x}{x-2} = kx + 2 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \neq 2 \\ 2x^2 + x = kx^2 - 2kx + 2x - 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \equiv 2 \\ (k-2)x^2 - (2k-1)x - 4 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Đặt $g(x) = (k - 2)x^2 - 2k - 1)x - 4$.

Để (d) cắt (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của (C) thì x = 2 ở khoảng giữa hai nghiệm x_1, x_2 của (*).

$\Leftrightarrow \; x_1 < 2 < x_2 \quad \Leftrightarrow \quad (k-2).g(2) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad (k-2).(-10) < 0$

$\Leftrightarrow \; k - 2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad k > 2.$ Vậy chọn câu (b).

396. $y = \dfrac{x^2 + (m+2)x - m}{x+1}$ (C_m).

$y = -x - 4$ (d).

Xét phương trình hoành độ điểm chung của (d) và (C_m) :

$$\frac{x^2 + (m+2)x - m}{x+1} = -x - 4 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 + (m+7)x + 4 - m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Giả sử (*) có hai nghiệm phân biệt khác –1 thì : $x_A + x_B = \dfrac{-m-7}{2}$.

$y_A = -x_A - 4, \quad y_B = -x_B - 4.$

$y_A + y_B = -(x_A + x_B) - 8 = \dfrac{m+7}{2} - 8 = \dfrac{m-9}{2}.$

Gọi I là trung điểm của AB thì $I\left(\dfrac{-m-7}{4}, \dfrac{m-9}{4}\right)$.

Để hai giao điểm của (d) và (C_m) đối xứng nhau qua đường phân giác $y = x$ thì I phải nằm trên đường thẳng $y = x$.

$$\Leftrightarrow \quad \frac{-m-7}{4} = \frac{m-9}{4} \quad \Leftrightarrow \quad m = 1.$$ Vậy chọn câu (c).

Chủ đề 14 : NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

397. $$\int\frac{\sqrt{x^4+x^{-4}+2}}{x^3}dx = \int\frac{\sqrt{(x^2+x^{-2})^2}}{x^3}dx = \int\frac{x^2+x^{-2}}{x^2}dx$$

$$= \int\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^5}\right)dx = \ln|x| - \frac{1}{4x^4} + C$$

$$\int\frac{x^2dx}{1-x^2} = \int\frac{x^2-1+1}{1-x^2}dx = \int -1.dx - \int\frac{dx}{x^2-1}$$

$$= -x - \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| - x + C$$

$$\int\tan^2 x\, dx = \int\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)dx = \tan x - x + C$$

$$\int\frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10x}dx = 2\int\left(\frac{1}{5}\right)^x - \frac{1}{5}\int\left(\frac{1}{2}\right)^x dx$$

$$= 2\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^x}{\ln\frac{1}{5}} - \frac{1}{5}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln\frac{1}{2}} + C = \frac{1}{5}\frac{1}{2^x\ln 2} - \frac{2}{5^x\ln 5} + C$$

(d) sai dấu. Vậy chọn (d).

398. $$\int\frac{x\,dx}{3-2x^2} = -\frac{1}{4}\int\frac{d(2x^2-3)}{(2x^2-3)} = \frac{1}{4}\ln|2x^2-3| + C$$

$$\int\frac{dx}{x\ln x.\ln(\ln x)} = \int\frac{d(\ln(\ln x))}{\ln(\ln x)} = \ln(\ln(\ln x)) + C$$

$$\int\frac{dx}{1+\cos x} = \int\frac{dx}{2\cos^2\frac{x}{2}} = \tan\frac{x}{2} + C$$

$\displaystyle\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$. Đặt $\sqrt{x^2+1} = t \quad \Rightarrow \quad x^2+1 = t^2$

$\Rightarrow \quad x^2 = t^2 - 1 \quad \Rightarrow \quad x\,dx = t\,dt$

$$\Rightarrow \quad \int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}} = \int\frac{x\,dx}{x^2\sqrt{x^2+1}} = \int\frac{t\,dt}{(t^2-1).t} = \int\frac{dt}{t^2-1} = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right| + C$$

(a), (b), (d) đúng. (c) sai. Chọn (c).

399. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 x).\sin x\,dx$.

Đặt $\cos x = t \quad \Rightarrow \quad -\sin x\,dx = dt$

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	1	0

$$I = -\int_1^0 (1 - t^2)^2.dt = \int_0^1 (t^4 - 2t^2 + 1)dt$$

$$= \left(\frac{t^5}{5} - 2\frac{t^3}{3} + t\right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{5} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{8}{15}.$$ Vậy chọn (c).

400. $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}} = \int_0^{16} \frac{\sqrt{x+9} + \sqrt{x}}{9}dx = \frac{1}{9}\left[\frac{2}{3}\sqrt{(x+9)^3} + \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right]_0^{16}$

$= \frac{2}{27}(125 + 64 - 27) = 12$. Vậy chọn (b).

401. $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$

Đặt $\sqrt{1 + \ln x} = t \quad \Rightarrow \quad 1 + \ln x = t^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{x} = 2t\,dt$

x	0	e^3
t	1	2

$\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}} = 2\int_1^2 \frac{t\,dt}{t} = 2\int_1^2 dt = 2$. Vậy chọn (c)

402. $\sqrt{x+1} = t \quad \Rightarrow \quad x + 1 = t^2 \quad \Rightarrow \quad dx = 2t\,dt$

x	0	2
t	1	$\sqrt{3}$

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}} = 2\int_1^{\sqrt{3}} \frac{t\,dt}{t + t^3} = 2\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1 + t^2}$$

Đặt tiếp $t = \tan u \Rightarrow dt = (1 + \tan^2 u)du$

t	0	$\sqrt{3}$
u	1	$\frac{\pi}{3}$

$$2\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1 + t^2} = 2\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(1 + \tan^2 u)du}{(1 + \tan^2 u)} = 2\int_0^{\frac{\pi}{3}} du = \frac{2\pi}{3}$$

Vậy chọn (a).

403. $$\int_0^1 \frac{4x+11}{x^2+5x+6} = \int_0^1 \frac{2(2x+5)dx}{x^2+5x+6} + \int_0^1 \frac{dx}{x^2+5x+6}$$

$$= 2\int_0^1 \frac{d(x^2+5x+6)}{x^2+5x+6} + \int_0^1 \frac{dx}{x+2} - \int_0^1 \frac{dx}{x+3}$$

$$= 2\ln(x^2+5x+6)\Big|_0^1 + \ln\frac{x+2}{x+3}\Big|_0^1$$

$$= 2(\ln 12 - \ln 6) + \ln\frac{3}{4} - \ln\frac{2}{3} = 2\ln 2 + \ln\frac{9}{8}$$

$= \ln\frac{9}{2}$. Vậy chọn (d).

404. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx$ $\qquad \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = t \Rightarrow \frac{x^2+1}{x^2} = t^2 \Rightarrow \frac{1}{x^2} = t^2 - 1$

x	1	$\sqrt{3}$
t	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{t^2-1}$

$\Rightarrow 2x\,dx = \frac{-2t\,dt}{(t^2-1)^2}$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}\cdot\frac{x\,dx}{x^2} = -\int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} t.\frac{\frac{t\,dt}{(t^2-1)^2}}{\frac{1}{t^2-1}} = -\int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2dt}{t^2-1}.$$

Vậy chọn (c).

405. $$K = \int_0^{\ln 5} \frac{e^x.\sqrt{e^x-1}}{e^x+3}dx$$

Đặt $\sqrt{e^x-1} = t \Rightarrow e^x - 1 = t^2 \Rightarrow e^x\,dx = 2tdt$

x	0	ln5
t	0	2

$$K = 2\int_0^2 \frac{t^2dt}{t^2+4} = 2\left[\int_0^2 dt - 4\int_0^2 \frac{dt}{t^2+4}\right]$$

Gọi $L = \int_0^2 \frac{dt}{t^2+4}$.

Lại đặt $t = 2\tan u \Rightarrow dt = 2(1+\tan^2 u)\,du$

t	0	2
u	0	$\frac{\pi}{4}$

$$L = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\tan^2 u)du}{4(1+\tan^2 u)} = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} du = \frac{\pi}{8}$$

$\Rightarrow \quad K = 2\left[2 - 4.\frac{\pi}{8}\right] = 4 - \pi.$ Vậy chọn (a).

406. $$L = \int_0^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 - 2\alpha.\cos x + \alpha^2}}$$

Đặt $\sqrt{1 - 2\alpha.\cos x + \alpha^2} = t \quad \Rightarrow \quad 1 - 2\alpha.\cos x + \alpha^2 = t^2$

$\Rightarrow \quad 2\alpha.\sin x\, dx = 2tdt \quad \Rightarrow \quad \sin x\, dx = \frac{1}{\alpha}.tdt$

x	0	π
t	$\alpha - 1$	$\alpha + 1$

(do $\alpha > 1$)

$L = \frac{1}{\alpha} \cdot \int_{\alpha-1}^{\alpha+1} dt = \frac{1}{\alpha}(\alpha + 1 - \alpha + 1) = \frac{2}{\alpha}$. Vậy chọn (b).

407. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\sin^2 x}$. Đặt $u = x \quad \Rightarrow \quad du = dx$

$dv = \frac{dx}{\sin^2 x} \quad \Rightarrow \quad v = -\text{cotg}x$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\sin^2 x} = -x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos xdx}{\sin x} = -\left(\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{4}\right) + \ln|\sin x|\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \ln\frac{\sqrt{3}}{2} - \ln\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\left(3\sqrt{3} - 4\right)\pi}{12\sqrt{3}} + \ln\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Vậy chọn (c).

408. $$M = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}.\sin x.\cos^3 xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}.\cos^2 x.\sin x.\cos xdx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}(1 - \sin^2 x)\sin x.\cos xdx$$

Nếu đặt $\sin^2 x = t \quad \Rightarrow \quad 2\sin x\cos xdx = dt \Rightarrow \quad \sin x.\cos xdx = \frac{1}{2}dt$

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	0	1

$M = \int_0^1 e^t(1 - t).\frac{1}{2}dt = \frac{1}{2}\int_0^1 e^t(1 - t)dt$. Vậy chọn (a).

409. $$N = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x}dx.$$

Đặt $u = \ln(\sin x) \quad \Rightarrow \quad du = \frac{\cos x}{\sin x}dx$

$dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$N = \tan x.\ln(\sin x)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} dx = \sqrt{3}.\ln\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\ln\frac{1}{2} - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \frac{3\ln\frac{\sqrt{3}}{2} - \ln\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\ln\sqrt{3} - 3\ln 2 + \ln 2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{3\ln\sqrt{3} - 2\ln 2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}\ln\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}.$$ Vậy chọn (b).

410. $I_n = \int_0^1 \frac{e^{-2nx}}{1+e^{2x}}dx$; $I_5 = \int_0^1 \frac{e^{-10x}}{1+e^{2x}}$; $I_6 = \int_0^1 \frac{e^{-12x}}{1+e^{2x}}$

$$I_6 = \int_0^1 \frac{e^{-12x}}{1+2^{2x}}dx = \int_0^1 \frac{e^{-12x} + e^{-10x} - e^{-10x}}{1+e^{2x}}dx$$

$$= \int_0^1 \frac{e^{-12x}(1+e^{2x})}{1+e^{2x}}dx - I_5 = \int_0^1 e^{-12x}dx - I_5$$

$$\Rightarrow I_5 + I_6 = \int_0^1 e^{-12x}dx = -\frac{1}{12}e^{-12x}\Big|_0^1 = -\frac{1}{12}(e^{-12} - e^0)$$

$$= -\frac{1}{12}\left(\frac{1}{e^{12}} - 1\right) = \frac{e^{12} - 1}{12.e^{12}}.$$ Vậy chọn (d).

411. $\int\frac{x-2}{x^3} = \int\frac{dx}{x^2} - 2\int\frac{dx}{x^3} = -\frac{1}{x} - 2\frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + C$

Từ $F(-1) = 3 \Rightarrow -\frac{1}{(-1)} + \frac{1}{(-1)^2} + C = 3 \Rightarrow C = 1.$

Vậy chọn câu (d).

412. $(x^2 + C)' = 2x$: (a) đúng. $(\sqrt[4]{x} + C)' = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$: (b) sai

$(\sin x + C) = \cos x$: (c) đúng. $(\tan x + C)' = 1 + \tan^2 x$: d) đúng.

(Chỗ trống trong (b) là $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + C$).

413. $\int e^x\left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2}\right)dx = \int\left(e^x - \frac{1}{x^2}\right)dx = \int e^x dx - \int\frac{1}{x^2}dx = e^x + \frac{1}{x} + C$

Do $F(1) = e \Rightarrow e^1 + 1 + C = e \Leftrightarrow C = -1.$ Vậy chọn câu (b).

414. $\int\frac{\cos 2x}{\cos^2 x.\sin^2 x}dx = \int\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x.\sin^2 x}dx = \int\frac{1}{\sin^2 x}dx - \int\frac{1}{\cos^2 x}dx$

$$= -\cot x - \tan x + C.$$

Do $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0 \quad \Leftrightarrow \quad -\cot\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{4}+C=0 \quad \Leftrightarrow \quad C=2.$ Vậy chọn (c).

415 $\displaystyle\int\frac{(x^2+1)^2}{x^3}dx=\int\frac{x^4+2x^2+1}{x^3}dx=\int\left(x+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}\right)dx$

$$=\frac{x^2}{2}+2\ln|x|-\frac{1}{2x^2}+C.$$

$F(1)=-4 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}+0-\frac{1}{2}+C=-4 \quad \Leftrightarrow \quad C=-4.$ Vậy chọn (d).

416 $\displaystyle\int\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2dx\int(1-\sin x)dx=x+\cos x+C.$

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}+C=\frac{\pi}{4} \quad \Leftrightarrow \quad C=-\frac{\pi}{4}.$ Vậy chọn (b).

417. $\displaystyle\int\frac{3-2\cot^2x}{\cos^2x}dx=3\int\frac{dx}{\cos^2x}-2\int\frac{dx}{\sin^2x}=3\tan x+2\cot x+C.$

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)=10 \quad \Leftrightarrow \quad 3+2+C=10 \quad \Leftrightarrow \quad C=5.$ Vậy chọn (b).

418. $\displaystyle\int\sin^2\frac{x}{2}dx=\int\frac{1-\cos x}{2}dx=\frac{x-\sin x}{2}+C.$ (a) sai.

$$\int(3-2x)^4dx=-\frac{1}{2}\cdot\frac{(3-2x)^5}{5}+C=-\frac{(3-2x)^5}{10}+C$$

$$\int\sqrt{4x-1}dx=\int(4x-1)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{(4x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{6}\sqrt{(4x-1)^3}+C$$

$$\int\sqrt[3]{5-6x}dx=\int(5-6x)^{\frac{1}{3}}dx=-\frac{1}{6}\cdot\frac{(5-6x)^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1}+C$$

$=-\frac{1}{6}\cdot\frac{3(5-6x)^{\frac{4}{3}}}{4}+C=-\frac{1}{8}\sqrt[3]{(5-6x)^4}+C.$ Chỉ có (a) sai.

419. $\displaystyle\int_1^2\left(x^2+\frac{1}{x^4}\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{1}{3x^3}\right)_1^2=\left(\frac{8}{3}-\frac{1}{24}\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)=\frac{63}{24}=\frac{21}{8}.$

Vậy chọn câu (b).

420. $\displaystyle\int_a^{a\sqrt{3}}\frac{dx}{a^2+x^2}$. Đặt $x=a\tan t \quad \Rightarrow \quad dx=a(1+\tan^2t)dt$

Đổi cận :

x	a	$a\sqrt{3}$
t	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$

$$\int_a^{a\sqrt{3}}\frac{dx}{a^2+x^2}=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{a(1+\tan^2 t)dt}{a^2(1+\tan^2 t)}=\frac{1}{a}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{12a}.$$ Vậy chọn câu (d).

421. $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$. Đặt $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos t\,dt$

Đổi cận :

x	0	1
t	0	$\frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow \int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,dt}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,dt}{\sqrt{4(1-\sin^2 t)}}$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,dt}{\sqrt{4\cos^2 t}}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,dt}{2\cos t}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}dt=\frac{\pi}{6}.$$ Vậy chọn câu (c).

422. $\int_0^1\frac{dx}{e^x+1}$. Đặt $e^x + 1 = u \Rightarrow e^x = u - 1 \Rightarrow e^x dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{u-1}$.

Đổi cận :

x	0	1
u	2	e + 1

$$\int_0^1\frac{dx}{e^x+1}=\int_2^{e+1}\frac{dy}{(u-1).u}=\int_2^{e+1}\frac{du}{u-1}-\int_2^{e+1}\frac{du}{u}$$

$$=\ln\left|\frac{u-1}{u}\right|\Bigg\|_2^{u+1}=\ln\frac{e}{e+1}-\ln\frac{1}{2}=\ln\frac{2e}{e+1}.$$ Vậy chọn câu (b).

423. $\int_0^{\frac{a}{2}}\sqrt{\frac{x}{a-x}}dx$. Đặt $x = a\sin^2 t \Rightarrow dx = 2a\sin t\cos t\,dt$

Đổi cận :

x	0	$\frac{a}{2}$
t	0	$\frac{\pi}{4}$

$$\int_0^{\frac{a}{2}}\sqrt{\frac{x}{a-x}}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\frac{a\sin^2 t}{a(1-\sin^2 t)}}.2a\sin t\cos t\,dt=a\int_0^{\frac{\pi}{4}}2\sin^2 t\,dt$$

$$=a\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1-\cos 2t)dt=a\left[t-\frac{1}{2}\sin 2t\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=a\left[\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right]=\frac{a(\pi-2)}{4}.$$

Vậy chọn câu (c).

424. $\int_0^1 x^3.\sqrt{1-x^2}dx = \int_0^1 x^2.\sqrt{1-x^2}xdx$.

Đặt $\sqrt{1-x^2} = t \quad \Rightarrow \quad 1 - x^2 = t^2 \quad \Rightarrow \quad xdx = -tdt$

Đổi cận :

x	0	1
t	1	0

$$\int_0^1 x^2.\sqrt{1-x^2}xdx = -\int_1^0 (1-t^2).t^2dt = \int_0^1 (t^2 - t^4)dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}.$$

Vậy chọn câu (a).

425. $\int_0^2 |x^2 - x|dx$. Bảng dấu của $x^2 - x$ trên [0, 2] :

x	0		1		2
$x^2 - x$	▨ 0	$-x^2 + x$	0	$x^2 - x$	

Từ bảng dấu trên :

$$\int_0^2 |x^2 - x|dx = \int_0^1 (-x^2 + x)dx + \int_1^2 (x^2 - x)dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^2$$

$$= -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \left[\left(\frac{8}{3} - 2\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)\right] = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = 1.$$

Vậy chọn câu (b).

426. $\int_2^4 x\ln(x-1)dx$. Chọn $u = \ln(x-1) \quad \Rightarrow \quad du = \frac{1}{x-1}dx$

$$dv = xdx \quad \Rightarrow \quad v = \frac{x^2-1}{2}.$$

$$\int_2^4 x\ln(x-1)dx = \left(\frac{x^2-1}{2}\right)\ln(x-1)\Bigg|_2^4 - \frac{1}{2}\int_2^4 (x^2-1).\frac{1}{(x-1)}dx$$

$$= \frac{15}{2}.\ln 3 - \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2} + x\right)\Bigg|_2^4 = \frac{15}{2}\ln 3 - \frac{1}{2}(8 + 4 - 2 - 2)$$

$= 7{,}5\ln 3 - 4.$ Vậy chọn câu (b).

427 $\int_0^1 x.e^{2x}dx$. Chọn $u = x \quad \Rightarrow \quad du = dx$

$$dv = e^{2x}dx \quad \Rightarrow \quad v = \frac{1}{2}e^{2x}$$

$$\Rightarrow \int_0^1 x.e^{2x}dx = \frac{1}{2}x.e^{2x}\Bigg|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}e^{2x}\Bigg|_0^1 = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4} = \frac{e^2+1}{4}.$$

Vậy chọn câu (c).

428. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x^2.\cos x dx$. Chọn $u = x^2 \Rightarrow du = 2xdx$

$dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x.$

$$\Rightarrow \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x^2.\cos x dx = x^2.\sin x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - 2\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x.\sin x dx$$

Gọi $K = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x.\sin x dx$ Chọn $u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = \sin x dx \Rightarrow v = -\cos x.$

$$K = -x.\cos x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx = -x.\cos x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + \sin x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

Cuối cùng $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x^2.\cos x dx = (x^2\sin x + 2x\cos x - 2\sin x)\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$

$$= (\pi^2\sin\pi + 2\pi.\cos\pi - 2\sin\pi) - \frac{\pi^2}{4}.\sin\frac{\pi}{2} - 2.\frac{\pi}{2}.\cos\frac{\pi}{2} + 2\sin\frac{\pi}{2}$$

$$= -2\pi - \frac{\pi^2}{4} + 2 = 2 - 2\pi - \frac{\pi^2}{4}.$$

Vậy chọn câu (a).

429. $\int_0^{\pi} e^x.\sin x dx$. Chọn $u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$

$dv = \sin x dx \Rightarrow v = -\cos x$

$$\int_0^{\pi} e^x.\sin x dx = e^x \sin x\Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} e^x.\cos x dx.$$

Đặt $K = \int_0^{\pi} e^x \cos x dx$. Chọn $u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$

$dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x$

$$\Rightarrow K = e^x \sin x\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} e^x \sin x dx$$

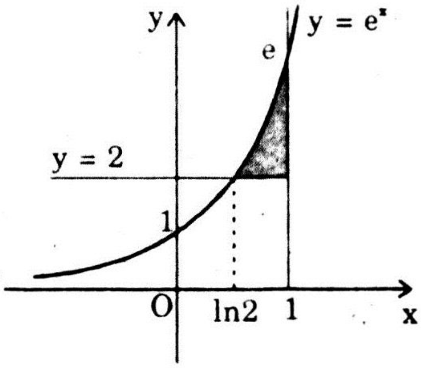
$$\Rightarrow \int_0^{\pi} e^x \sin x dx = (-e^x \cos x + e^x.\sin x)\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} e^x \sin x dx$$

$$\Rightarrow 2\int_0^{\pi} e^x \sin x dx = e^x(\sin x - \cos x)\Big|_0^{\pi} = e^{\pi}(\sin\pi - \cos\pi) - e^0(\sin 0 - \cos 0)$$

$$= e^{\pi} + 1$$

$\Rightarrow \int_0^{\pi} e^x \sin x dx = \frac{e^{\pi} + 1}{2}$. Vậy chọn câu (b).

Chủ đề 15 : ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN



430. Trên hình vẽ bên, hình phẳng cần tính diện tích là phần có tô đậm.

$$\Rightarrow S = \int_{\ln 2}^{1} (e^x - 2)dx$$

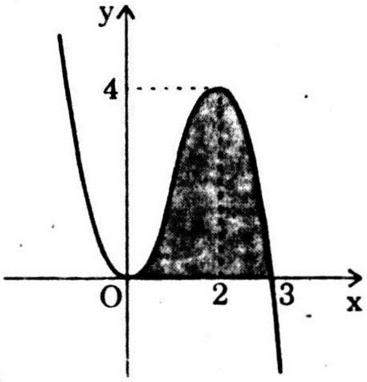
An viết công thức đúng (Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị $y = e^x$ tại điểm có hoành độ được tính từ :

$$e^x = 2 \quad \Leftrightarrow \quad x = \ln 2 \ (\ln 2 < 1)).$$

431. $y = 3x^2 - x^3 \Rightarrow \quad y' = 6x - 3x^2 = 3(2x - x^2)$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$



Từ đồ thị bên, thấy rằng diện tích hình phẳng cần tính (phần có tô đậm) là :

$$S = \int_0^3 (3x^2 - x^3)dx = \left(x^3 - \frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^3 = 27 - \frac{81}{4} = \frac{27}{4} = 6,75.$$

Vậy chọn câu (c).

432. (P) : $y = \dfrac{2x^2 - 5x + 8}{3}$; (T) : $y = x$.

Hoành độ tiếp điểm của (P) và (T) là nghiệm của phương trình :

$$\frac{2x^2 - 5x + 8}{3} = x \quad \Leftrightarrow \quad 2x^2 - 5x + 8 = 3x \quad \Leftrightarrow \quad 2x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2(x^2 - 4x + 4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2(x - 2)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2.$$

(P) lõm nên (T) nằm phía dưới (P).

$$\Rightarrow S = \int_0^2 \left(\frac{2x^2 - 5x + 8}{3} - x\right)dx = \int_0^2 \frac{2x^2 - 8x + 8}{3}dx$$

$$= \frac{2}{3}\int_0^2 (x - 2)^2 dx = \frac{2}{9}(x - 2)^3\Big|_0^2 = \frac{2}{9}[0 - (-2)^3] = \frac{16}{9} \text{ đơn vị diện tích.}$$

Vậy chọn câu (d).

433. (P) : $y = \dfrac{x^2}{4}$, (P') : $y = -\dfrac{x^2}{2} + 3x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (P') :

$$\frac{x^2}{4} = -\frac{x^2}{2} + 3x \iff \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{2} - 3x = 0 \iff \frac{3x^2}{4} - 3x = 0$$

$$\iff 3(x^2 - 4x) = 0 \iff x = 0 \text{ hay } x = 4.$$

Trên [0, 4] thì $\left|\frac{x^2}{4} - \left(-\frac{x^2}{2} + 3x\right)\right| = \left|\frac{3(x^2 - 4x)}{4}\right| = \frac{3(4x - x^2)}{4}$.

$$\Rightarrow S = \frac{3}{4}\int_0^4 (4x - x^2)dx = \frac{3}{4}\left(2x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^4 = \frac{3}{4}\left(32 - \frac{64}{3}\right) = 8 \text{ đvdt.}$$

Vậy chọn câu (b).

434. $y = \frac{-(x-2)^2}{x-1} = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1} = -x + 3 - \frac{1}{x-1}$.

$\Rightarrow$ (C) có tiệm cận xiên $y = -x + 3$.

Diện tích hình phẳng $S = \int_2^{e^4+1} \left|-x + 3 - \left(-x + 3 - \frac{1}{x-1}\right)\right| dx$

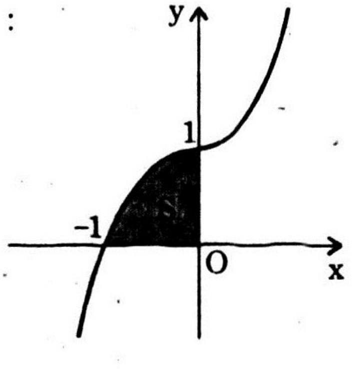
$= \int_2^{e^4+1} \left|\frac{1}{x-1}\right| dx = \int_2^{e^4+1} \frac{dx}{x-1}$ (do trên $[2, e^4 + 1]$ thì $x - 1 > 0$)

$S = \ln|x-1|\Big|_2^{e^4+1} = \ln|e^4 + 1 - 1| - \ln|2 - 1| = \ln e^4 = 4$ đơn vị diện tích.

Vậy chọn câu (c).

435. Để bớt trừu tượng, hãy xem qua hình vẽ bên. Miền phẳng S là phần có tô đậm.

Theo công thức tính thể tích vật thể tròn xoay thì :



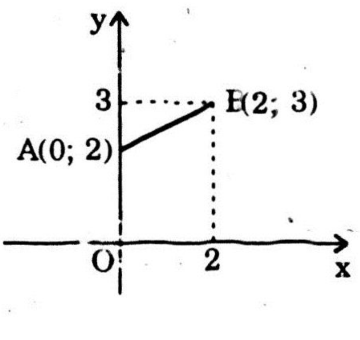
$$V = \pi\int_{-1}^0 (x^3 + 1)^2 dx = \pi\int_{-1}^0 (x^6 + 2x^3 + 1)dx$$

$$= \pi\left(\frac{x^7}{7} + \frac{x^4}{2} + x\right)\Bigg|_{-1}^0 = \pi\left[0 - \left(-\frac{1}{7} + \frac{1}{2} - 1\right)\right]$$

$$= \pi\left(\frac{8}{7} - \frac{1}{2}\right) = \pi\frac{9}{14} \text{ đvtt. Vậy chọn câu (b).}$$

436. Phương trình của đường thẳng chứa đoạn AB :

$$y = \frac{x + 4}{2}.$$



Thể tích khối tròn xoay do đoạn AB sinh ra khi quay vòng xung quanh trục Ox.

$$V = \pi\int_0^2\left(\frac{x+4}{2}\right)^2 dx = \frac{\pi}{4}\int_0^2 (x+4)^2 dx$$

$$= \frac{\pi}{4}\cdot\frac{(x+4)^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{\pi}{12}[6^3 - 4^3] = \frac{38}{3}\pi \text{ đvtt.}$$ Vậy chọn câu (c).

437. $V = \pi\int_0^2 (e^{2x})^2 dx = \pi\int_0^2 e^{4x} dx = \frac{\pi}{4}e^{4x}\Big|_0^2 = \frac{\pi}{4}(e^8 - 1)$. Vậy chọn câu (b).

Chủ đề 16 : HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

438.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

Ở vị trí a_1 : có 5 cách chọn (1, 3, 5, 7, 9).

Ở vị trí a_6 : có 5 cách chọn (2, 4, 6, 8, 0).

Mỗi bốn số ở vị trí $a_2a_3a_4a_5$: là 1 chỉnh hợp chập 4 của 8 số còn lại. Số cách chọn là $A_8^4 = 8.7.6.5$.

Số các số thỏa yêu cầu là : $5.5.\ A_8^4 = 42\ 000$ số.

Vậy chọn (b).

439. Số cách chọn ra tổ trưởng là nam : C_5^1.

Số cách chọn ra tổ phó là nữ : C_5^1.

Số cách chọn ra thư ký : C_8^1.

$\Rightarrow$ Số cách chọn là : $2C_5^1.C_5^1.C_8^1 = 2\frac{5!\,5!\,8!}{4!\,4!\,7!} = 2.5.5.8 = 400$ cách.

Vậy chọn (c).

440. Mỗi cách sắp xếp chương trình ở tiết mục đầu và cuối là một chỉnh hợp chập 2 của 3 nam ca sĩ. Ba tiết mục giữa là hoán vị của 1 nam và 2 nữ.

$\Rightarrow$ Số cách sắp xếp chương trình theo kiểu này là :

$$3!\,A_3^2 = 1.2.3.3.2 = 36 \text{ cách.}$$

Vậy chọn (b).

441. Liệt kê các bộ 3 số một, sao cho tổng số các chữ số của nó chia hết cho 3, ta có 8 bộ :

(0, 1, 2), (0, 1, 5), (0, 2, 4), (0, 4, 5), (1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (3, 4, 5).

Hoán vị các số này ta được 8.3! số. Nhưng phải loại đi 8 số trong 4 bộ số đầu, vì chúng có số đứng đầu là 0.

Vậy các số thỏa yêu cầu là : $8.3! - 8 = 40$ số.

Vậy chọn (c).

442.

Với 6 vị trí dành cho 6 số sẽ đặt vào dãy 6 ô trên, có 5 cách đặt số 0, có 5 cách đặt số 1, 4 số còn lại có A_8^4 cách. Vậy số các số đạt yêu cầu của đề là : $5.5.\ A_8^4 = 25.8.7.6.5 = 42\ 000$ cách

Vậy chọn (a).

443. Xếp theo thứ tự màu : 3! cách

Số cách xếp tập màu đỏ : 3! cách

Số cách xếp tập màu xanh : 4! cách

Số cách xếp tập màu vàng : 6! cách.

⇒ Số cách xếp tập lên kệ : 3! 3! 4! 6! = 622 080 cách.

Vậy chọn (b).

444. Số cách để hành khách xuống ở bến 1 : C_{42}^6

Số cách để hành khách xuống ở bến 2 : C_{36}^6

Số cách để hành khách xuống ở bến 3 : C_{30}^6

Số cách để hành khách xuống ở bến 4 : C_{24}^6

Số cách để hành khách xuống ở bến 5 : C_{18}^6

Số cách để hành khách xuống ở bến 6 : C_{12}^6

Còn 1 cách để 6 hành khách cuối cùng xuống bến cuối.

Số cách cần tìm là : $C_{42}^6 . C_{36}^6 . C_{30}^6 . C_{24}^6 . C_{18}^6 . C_{12}^6 = \dfrac{42!}{(6!)^7}$.

Vậy chọn (c).

445. Số cách lấy 4 viên bi từ hộp 15 viên :

$$C_{15}^4 = 1365 \text{ cách.}$$

Số cách lấy 2 bi đỏ, 1 bi trắng, 1 vàng (đủ 3 màu) :

$$C_4^2.C_5^1.C_6^1 = 180 \text{ cách.}$$

Số cách lấy 1 bi đỏ, 2 bi trắng, 1 vàng (đủ 3 màu) :

$$C_4^1.C_5^2.C_6^1 = 240 \text{ cách.}$$

Số cách lấy 1 bi đỏ, 1 bi trắng, 2 vàng (đủ 3 màu) :

$$C_4^1.C_5^1.C_6^2 = 300 \text{ cách.}$$

Số cách lấy 4 bi không có đủ 3 màu :

$$1365 - (180 + 240 + 300) = 645 \text{ cách}$$

Vậy chọn (c).

Chủ đề 17 : PHỨC SỐ

446. $\dfrac{1+\sqrt{2}i}{1-\sqrt{2}i} = \dfrac{(1+\sqrt{2}i)(1+\sqrt{2}i)}{(1-\sqrt{2}i)(1+\sqrt{2}i)} = \dfrac{1+(\sqrt{2}i)^2+2\sqrt{2}i}{1^2-(\sqrt{2}i)^2} = \dfrac{-1+2\sqrt{2}i}{3}$.

Vậy chọn câu (c).

447. $(3-\sqrt{2}i)(1-i) = 3+\sqrt{2}.i^2-(3+\sqrt{2})i = (3-\sqrt{2})-(3+\sqrt{2})i$.

Mô đun của phức số này là :

$$\pi = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2+(-3-\sqrt{2})^2} = \sqrt{9+2-6\sqrt{2}+9+2+6\sqrt{2}} = \sqrt{22}.$$

Vậy chọn câu (a).

448. $\sqrt{-5-12i} = x+yi \quad\Rightarrow\quad -5-12i = (x+yi)^2 = x^2-y^2+2xyi$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-y^2=-5 \\ x.y=-6 \end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} x^2+(-y^2)=-5 \\ x^2(-y^2)=-36 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ x^2 và $-y^2$ là hai nghiệm của phương trình : $X^2+5X-36=0$

Phương trình này có hai nghiệm : $\begin{matrix} X_1=4 \\ X_2=-9 \end{matrix} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} x^2=4 \\ y^2=9 \end{cases}$

$\Rightarrow x=\pm 2,\ y=\pm 3. \quad\Rightarrow\quad \sqrt{-5-12i} = \pm(2-3i)$.

Vậy chọn câu (b).

449. $(4+3i)^3 = 4^3+3.4^2.3i+3.4.(3i)^2+(3i)^3$

$= 64+144i+108i^2+27i^3 = 64+144i-108+27i^2.i$

$= 64-108+144i-27i = -44+117i$.

Vậy chọn câu (a).

450. $1+\sqrt{3}i$ có $r=\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}=2$.

$$\tan\varphi = \sqrt{3} \quad\Rightarrow\quad \varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow\quad 1+\sqrt{3}i = 2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow\quad \sqrt[5]{1+\sqrt{3}i} = \sqrt[5]{2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)} = \sqrt[5]{2}\left(\cos\frac{\pi}{15}+i\sin\frac{\pi}{15}\right)$$

(áp dụng công thức Moi-vre)

Vậy chọn câu (d).

MỤC LỤC

Lời mở đầu 3

Phần 1. ĐỀ TOÁN

Chủ đề 1 : Tập xác định
Từ bài 1 đến bài 40 5
Chủ đề 2 : Kí hiệu y = f(x), hàm số hợp
Từ bài 41 đến bài 76 10
Chủ đề 3 : Tập giá trị
Từ bài 77 đến bài 106 15
Chủ đề 4 : Tính tuần hoàn
Từ bài 107 đến bài 122 18
Chủ đề 5 : Dãy số – Cấp số
Từ bài 123 đến bài 163 20
Chủ đề 6 : Giới hạn
Từ bài 164 đến bài 213 26
Chủ đề 7 : Hàm số liên tục
Từ bài 214 đến bài 231 32
Chủ đề 8 : Đạo hàm
Từ bài 232 đến bài 277 36
Chủ đề 9 : Ý nghĩa hình học của đạo hàm
Từ bài 278 đến bài 318 42
Chủ đề 10 : Tính đơn điệu – Cực trị của hàm số
Từ bài 319 đến bài 347 49
Chủ đề 11 : Tính lồi lõm và điểm uốn của đồ thị
Từ bài 348 đến bài 359 54
Chủ đề 12 : Tiệm cận của đồ thị
Từ bài 360 đến bài 376 56
Chủ đề 13 : Đồ thị – Các phép biến đổi. Tương giao của hai đồ thị
Từ bài 377 đến bài 396 58
Chủ đề 14 : Nguyên hàm và tích phân
Từ bài 397 đến bài 429 63
Chủ đề 15 : Ứng dụng của tích phân
Từ bài 430 đến bài 437 69
Chủ đề 16 : Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp
Từ bài 438 đến bài 445 70
Chủ đề 17 : Phức số
Từ bài 446 đến bài 450 71

Phần 2. BÀI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Chủ đề 1 : Tập xác định
Từ 1 đến 40 73
Chủ đề 2 : Kí hiệu y = f(x), hàm số hợp
Từ 41 đến 76 83
Chủ đề 3 : Tập giá trị
Từ 77 đến 106 90
Chủ đề 4 : Tính tuần hoàn
Từ 107 đến 122 97
Chủ đề 5 : Dãy số – Cấp số
Từ 123 đến 163 101
Chủ đề 6 : Giới hạn
Từ 164 đến 213 110
Chủ đề 7 : Hàm số liên tục
Từ 214 đến 231 120
Chủ đề 8 : Đạo hàm
Từ 232 đến 277 124
Chủ đề 9 : Ý nghĩa hình học của đạo hàm
Từ 278 đến 318 137
Chủ đề 10 : Tính đơn điệu – Cực trị của hàm số
Từ 319 đến 347 150
Chủ đề 11 : Tính lồi lõm và điểm uốn của đồ thị
Từ 348 đến 359 161
Chủ đề 12 : Tiệm cận của đồ thị
Từ 360 đến 376 164
Chủ đề 13 : Đồ thị – Các phép biến đổi. Tương giao của hai đồ thị
Từ 377 đến 396 168
Chủ đề 14 : Nguyên hàm và tích phân
Từ 397 đến 429 176
Chủ đề 15 : Ứng dụng của tích phân
Từ 430 đến 437 185
Chủ đề 16 : Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp
Từ 438 đến 445 187
Chủ đề 17 : Phức số
Từ 446 đến 450 189

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: (04) 9724852; (04) 9724770. Fax: (04) 9714899

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO
Tổng biên tập: NGUYỄN BÁ THÀNH

Biên tập: MINH HẢI

Sửa bài: VŨ NAM

Trình bày bìa: NGỌC ANH

---

450 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM GIẢI TÍCH

Mã số: 1L – 112ĐH2007
In 2000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Công ti TNHH in bao bì Phong Tân.
Số xuất bản: 337 – 2007/CXB/21 – 57/ĐHQGHN, ngày 9/5/2007
Quyết định xuất bản số: 222LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2007.